

УДК 621.039.623, 533.9.082.74, 519.688

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ НА ТОКАМАКЕ Т-15МД С УЧЁТОМ НАВЕДЁННЫХ ТОКОВ В ВАКУУМНОЙ КАМЕРЕ

*В.Ф. Андреев<sup>1</sup>, А.Ю. Балашов<sup>1</sup>, А.М. Белов<sup>1,2</sup>, Г.Б. Игонькина<sup>1</sup>, П.С. Семенов<sup>1</sup>,  
М.М. Соколов<sup>1</sup>, А.В. Степин<sup>1</sup>, А.В. Сушков<sup>1</sup>, Э.Н. Хайрутдинов<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия

<sup>2</sup>АО «ГНЦ ТРИНИТИ», Москва, Россия

В связи с пуском токамака Т-15МД тестирование многочисленных магнитных датчиков системы электромагнитной диагностики является актуальной задачей, так как измерения с магнитных датчиков используются для управления плазменным разрядом. В работе анализируются первые эксперименты по измерению магнитного поля, проведённые на установке Т-15МД. Была создана программа, в которой решаются уравнения Кирхгофа для токов в полоидальных обмотках и токов, наведённых в вакуумной камере и витках пассивной стабилизации. Рассчитывалось распределение магнитного поля и напряжения в магнитных датчиках, которые сравнивались с экспериментально измеренными величинами. В результате была обнаружена неправильная полярность подсоединения у некоторых датчиков, а также то, что были перепутаны сигналы с двух датчиков при их записи в базу данных. Показано, что в вакуумной камере наводятся большие токи, которые будут влиять на равновесие плазмы, особенно на начальной стадии подъёма тока. Предложен алгоритм, который позволяет уточнить двумерную модель камеры Т-15МД, что повышает точность расчёта наведённых токов и тем самым улучшает управление плазменным разрядом.

**Ключевые слова:** токамак Т-15МД, магнитные зонды, вакуумная камера, пассивные витки, уравнения Кирхгофа, электромагнитная диагностика.

## SIMULATION OF MAGNETIC MEASUREMENTS ON THE TOKAMAK T-15MD TAKING INTO ACCOUNT THE EDDY CURRENTS IN THE VACUUM CHAMBER

*V.F. Andreev<sup>1</sup>, A.Yu. Balashov<sup>1</sup>, A.M. Belov<sup>1,2</sup>, G.B. Igonkina<sup>1</sup>, P.S. Semenov<sup>1</sup>,  
M.M. Sokolov<sup>1</sup>, A.V. Stepin<sup>1</sup>, A.V. Sushkov<sup>1</sup>, E.N. Khairutdinov<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>NRC «Kurchatov Institute», Moscow, Russia

<sup>2</sup>JSC RF TRINITI, Moscow, Russia

In connection with the start of the T-15MD tokamak, testing of numerous magnetic probes of the electromagnetic diagnostics system is an important task, since measurements from magnetic probes are used to control the plasma discharge. The paper analyzes the first experiments on measuring the magnetic field, carried out on the T-15MD tokamak. A program was created in which the Kirchhoff equations are solved for currents in poloidal coils and eddy-currents in a vacuum chamber and passive stabilization conductors. The distribution of the magnetic field and voltage in the magnetic probes was calculated and compared with the experimentally measured values. As a result, the incorrect polarity of the connection was found for some probes, as well as the fact that the signals from the two probes were mixed up when they were recorded in the database. It is shown that large currents are induced in the vacuum chamber, which will affect the equilibrium of the plasma, especially at the initial stage of the current rise. An algorithm is proposed that makes it possible to improve the two-dimensional model of the T-15MD chamber, which increases the accuracy of calculating the eddy currents and thereby improves the control of the plasma discharge.

**Key words:** tokamak T-15MD, magnetic probes, vacuum chamber, passive conductors, Kirchhoff equations, electromagnetic diagnostics.

DOI: 10.21517/0202-3822-2021-44-4-25-42

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в НИЦ «Курчатовский институт» осуществляется подготовка к физическому пуску токамака Т-15МД [1]. Система электромагнитной диагностики [2] является одной из основных диагностик на установке Т-15МД. Измерения магнитного поля необходимы для идентификации и контроля формы и положения плазмы. На основе магнитных измерений разрабатывается и реализуется система управления плазменным разрядом. Также эта диагностика используется для исследования МГД-активности плазмы и организации пробоя в камере токамака. Поэтому для решения этих задач предъявляются повышенные требования к надёжности данной диагностики.

Одним из методов верификации и тестирования магнитной диагностики на токамаке является математическое моделирование магнитных измерений, которое позволяет решить ряд следующих задач.

Во-первых, моделирование позволяет проверить правильность установки магнитных датчиков (полярность подсоединения, ориентацию и т.д.). Отметим, что на токамаке Т-15МД система магнитной электромагнитной диагностики состоит из большого числа магнитных датчиков, поэтому только математическое моделирование позволит выявить явные неточности в их установке.

Во-вторых, важной задачей моделирования магнитных измерений является оценка наведённых токов в вакуумной камере (ВК) токамака Т-15МД. Камера Т-15МД достаточно толстая с низким омическим сопротивлением (~60—70 мкОм), поэтому наведённые токи большие и будут влиять на равновесие плазмы и соответственно на алгоритмы управления разрядом. Особенно это актуально при пробое и на начальной стадии разряда, когда ток в плазме небольшой, а управляющие полоидальные обмотки находятся далеко от плазменного шнура. Следовательно, максимально точный учёт наведённых токов в ВК токамака является необходимым условием для осуществления разряда.

Третьей важной задачей моделирования магнитных измерений является разработка адекватной модели ВК. Как правило, используется модель камеры, в которой она считается аксиальной симметричной. Однако наличие патрубков и других конструктивных элементов существенно влияет на точность такой модели. Трёхмерное моделирование не даёт нужного эффекта, так как оно слишком громоздко и не может учесть всех нюансов геометрии ВК. Моделирование магнитных измерений позволяет подобрать параметры двумерной модели камеры токамака из условия максимально точного совпадения результатов численного расчёта с экспериментальными измерениями. Таким образом, улучшенная двумерная модель ВК в дальнейшем может быть использована для восстановления равновесия плазмы, расчёта сценариев разряда и в алгоритмах управления плазменным разрядом.

Статья построена следующим образом: кратко описываются система электромагнитной диагностики токамака Т-15МД, используемые магнитные зонды и геометрия ВК; приведены условия экспериментов, для которых проводились магнитные измерения; формулируются математическая постановка задачи и численный метод её решения; приведены результаты проверки правильности установки магнитных датчиков; предлагается метод, который позволяет улучшить двумерную модель ВК токамака Т-15МД, используя магнитные измерения; в заключение даются основные выводы статьи и планы дальнейших работ.

## СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ДИАГНОСТИКИ Т-15МД

Система электромагнитной диагностики установки Т-15МД предназначена для:

- измерения основных электротехнических параметров плазмы (полный ток, напряжение обхода, индукция магнитных полей и т.д.);
- анализа магнитогидродинамической (МГД) активности плазмы;
- определения положения и формы плазмы, управления равновесием;
- измерения энергосодержания плазмы и т.д.

В табл. 1 приведены виды датчиков системы электромагнитной диагностики и их количество, которые планируется установить на токамаке Т-15МД [1, 2].

Т а б л и ц а 1. Виды датчиков и их количество

Датчики	Количество, шт.
Датчик формы двухкомпонентный (ДФ)	39
Петля секторная на корпусе (полоидальная) (ПСП)	48 (2 сечения по 24)
Датчик однокомпонентный (полоидального обхода) (МГДПВ)	78 (2 сечения по 39)
Датчик однокомпонентный (тороидального обхода) (МГДТВ)	44 (2 уровня по 22)
Датчик напряжения обхода (ДНО)	32
Датчик вертикального потока (ДВП)	4
Датчик горизонтального потока (ДГП)	4
Петля секторная седловая (тороидальная) (ПСТ)	24 (3 уровня по 8)
Пояс Роговского внутренний (ПРВ)	2 (6 частей)
Пояс Роговского наружный (ПРН)	2 (8 частей)
Пояс Роговского витков пассивной стабилизации (ПРВит)	2 (4 части)

Два комплекта из 39 двухкомпонентных датчиков формы (ДФ) располагаются внутри вакуумной камеры в разных меридиональных сечениях. Магнитные датчики расположены в полоидальном сечении ВК равномерно по обходу. Каждый датчик состоит из двух ортогональных катушек (для измерения нормальной и тангенсальной компонент магнитного поля).

Датчики системы электромагнитной диагностики:

— секторные петли (ПСП и ПСТ) располагаются по тороидальному и полоидальному обходу камеры;  
 — датчики напряжения обхода (ДНО) — тороидальные витки, измеряющие падение напряжения на обходе плазмы;

— датчики горизонтального и вертикального магнитных потоков (ДГП и ДВП) — тороидальные витки, измеряющие горизонтальный и вертикальный магнитные потоки;

— пояса Роговского (ПРВ, ПРН и ПРВит) — распределённые магнитные катушки для измерения тока плазмы, тока в витках пассивной стабилизации и «галло» токов в элементах конструкции;

— МГД-зонды — высокочастотные датчики (магнитные катушки), измеряющие нормальную и тангенциальную компоненты индукции магнитного поля по отношению к измерительному контуру и расположенные в полоидальном сечении ВК;

— в шести меридиональных сечениях имеются вставленные в камеру тонкостенные трубки со сборной однокомпонентных магнитных датчиков, количество которых можно менять. Они также располагаются равномерно по длине всей ВК;

— датчики диамагнитного сигнала — витки, охватывающие поперечное сечение вакуумной камеры установки, для измерения диамагнетизма плазмы.

Для первых магнитных измерений были изготовлены восемь однокомпонентных магнитных датчиков. В табл. 2 приведены координаты и углы датчиков, установленных в камере Т-15МД (угол отсчитывается от вертикальной оси против часовой стрелки), а также результаты калибровки датчиков, т.е. параметр  $NS$  в  $\text{см}^2$  [3].

Т а б л и ц а 2. Координаты и углы расположения однокомпонентных магнитных датчиков

№ датчика	$R$ , мм	$Z$ , мм	Угол, град	$NS$ , $\text{см}^2$
МД 1	765	-1120	0	102,507
МД 2	1420	-1885	90	101,499
МД 3	2055	-1235	157	115,515
МД 4	2385	0	180	114,968
МД 5	2030	905	214	103,701
МД 6	1420	1520	270	102,673
МД 7	765	825	0	80,572
МД 8	765	0	0	112,861

При моделировании магнитных измерений важно знать точную геометрию ВК и расположение витков пассивной стабилизации, которые служат для подавления неустойчивости плазмы по вертикали. В табл. 3 приведены координаты начала и конца сегментов камеры, в табл. 4 — координаты замкнутых проводящих элементов силовой структуры под днищем ВК.

Т а б л и ц а 3. Координаты сегментов вакуумной камеры, толщина

№	Сегмент	$R_1$ , мм	$Z_1$ , мм	$R_2$ , мм	$Z_2$ , мм	Толщина, мм
S1	Внутренний цилиндр	717,5	-1570	717,5	1200	5
S2	Верхний внутренний конус	720	1200	927	1560	8
S3	Верхняя крышка	910	1564	1710	1564	8
S4	Верхний наружный конус	1695	1560	2404	510	8
S5	Патрубки (очень приблизительно)	2470	510	2470	-510	20
S6	Нижний наружный конус	1800	-1930	2404	-510	8
S7	Дно	910	-1935	1885	-1935	10
S8	Нижний внутренний конус	720	-1570	927	-1930	8

Т а б л и ц а 4. Координаты, длина и толщина элементов силовой структуры

№	Координаты центра $R_0$ , мм	Координаты центра $Z_0$ , мм	Длина, мм	Толщина, мм
S9	1175	-2100	240	27
S10	1750	-2100	240	18

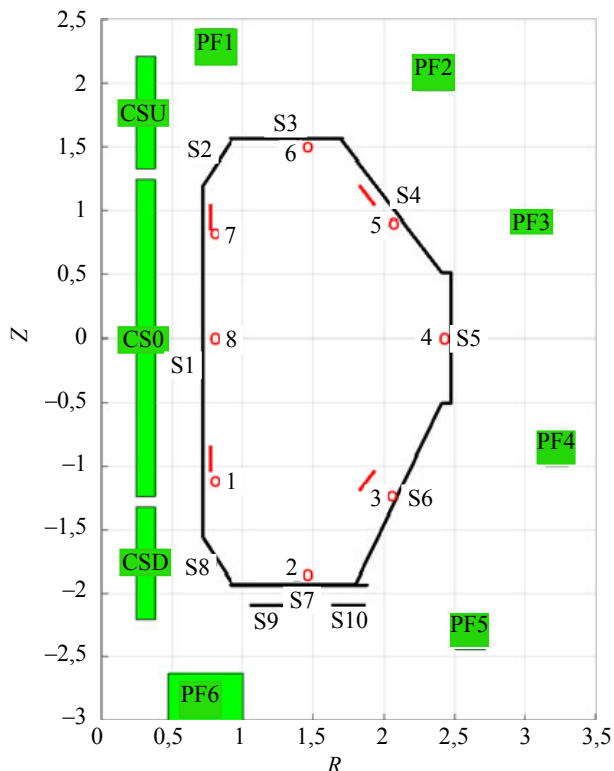


Рис. 1. Сечение токамака Т-15МД с расположением магнитных датчиков (○), витков пассивной стабилизации (—) и сегментов ВК (—), ■ — полоидальные обмотки PF1, PF2, PF3, PF4, PF5 и PF6 и три секции индуктора (CSD, CS0 и CSU)

Внутренние витки пассивной стабилизации имеют следующую геометрию: толщина 10 мм, длина 200 мм (расположены вертикально). Длина каждого вдоль тора 4840 мм и ещё две перемычки по 1900 мм. Координаты центров:  $R_0 = 70$  мм и  $Z_0 = \pm 950$  мм. Наружные витки пассивной стабилизации: толщина 20 мм, длина 200 мм (наклонены на  $34^\circ$ ). Длина каждого вдоль тора 11 810 мм и ещё две перемычки по 2500 мм. Координаты центров:  $R_0 = 1880$  мм и  $Z_0 = \pm 1118$  мм.

На рис. 1 показано сечение токамака Т-15МД.

### МАГНИТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

На токамаке Т-15МД была проведена серия экспериментов, в которых измерялось магнитное поле с помощью восьми датчиков (см. табл. 2). Последовательно в центральной секции индуктора CS0, а также в полоидальных обмотках PF2, PF3, PF4 и PF5 задавался переменный ток 50 Гц. При этом ток изменялся в диапазоне от 10 до 20 А. В табл. 5 приведены номера импульсов и соответствующие им параметры экспериментов.

Т а б л и ц а 5. Номера импульсов и соответствующие им параметры эксперимента

№ импульса	Обмотка	Ток, А
78	CS0	20
80	PF2	12
82	PF3	20
83	PF4	19
84	PF5	14,5
85	PF5	10
86	PF5	6
87	PF3	10
88	PF2	10
89	CS0	10
90	CS0	10
91	PF2	10
92	PF2	10

На рис. 2 показаны напряжения в вольтах, которые снимались с восьми магнитных датчиков и записывались в базу данных DASTools [4] (импульс № 92). На рисунке показан временной отрезок  $400 < t < 500$  мс.

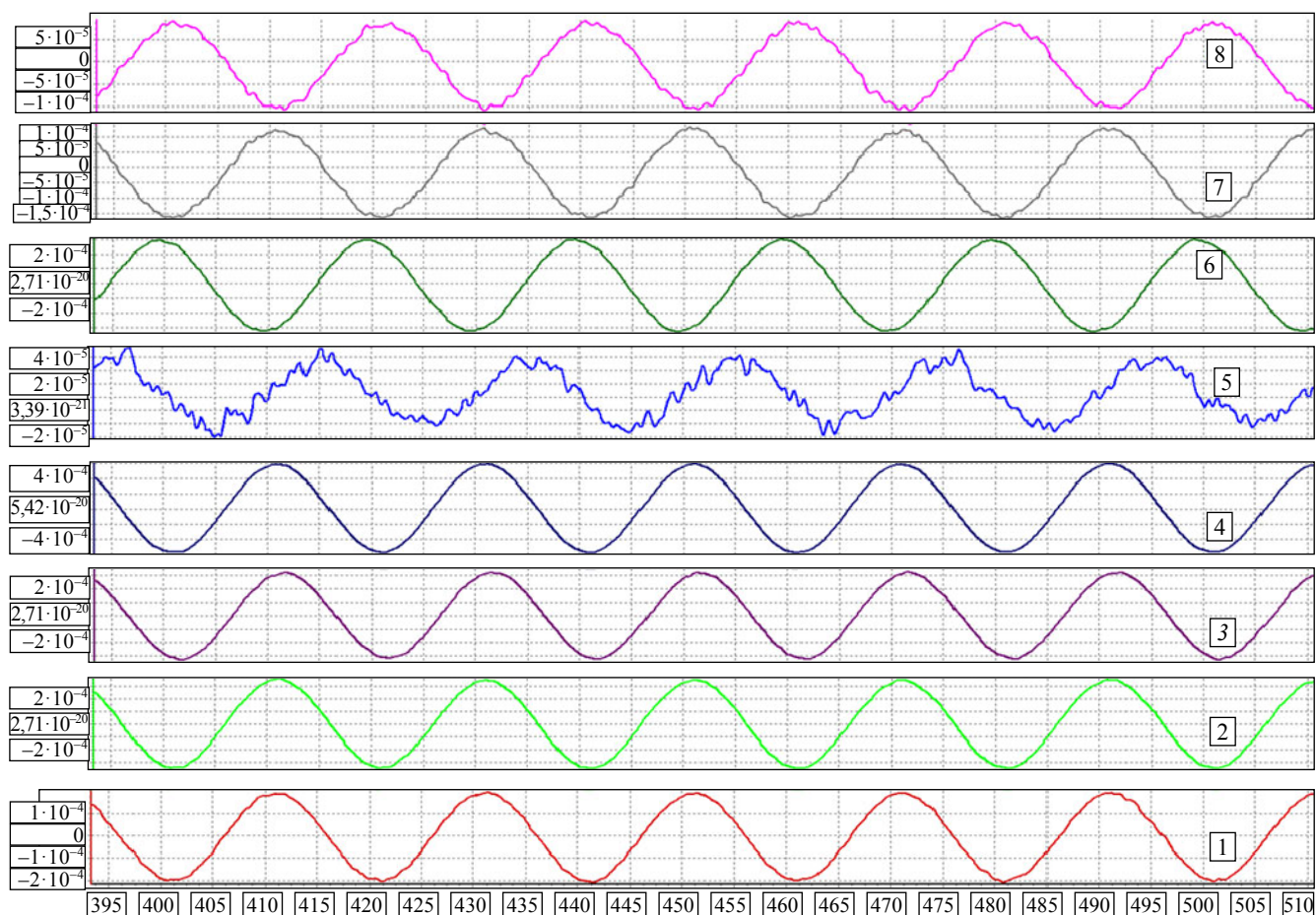


Рис. 2. Напряжения с магнитных датчиков для интервала времени  $400 \text{ мс} < t < 500 \text{ мс}$  при задании переменного тока 10 А в обмотке PF2: 1—8 — номера магнитных датчиков

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем предполагать, что ВК токамака является аксиально симметричной по большому обходу тора, поэтому задача расчёта магнитных полей формулируется в двумерной постановке в цилиндрической системе координат  $r$  и  $z$ , где координата  $r$  направлена вдоль горизонтальной оси токамака, координата  $z$  — вдоль вертикальной оси токамака.

Используем скалярную величину потока магнитного поля  $\psi(r, z)$ , которая в произвольной точке пространства  $(r, z)$  от катушек полоидального поля и пассивных элементов токамака вычисляется по формуле

$$\psi(r, z) = \iint_{S_i} G(r, z, r_i, z_i) j(r_i, z_i) dr_i dz_i, \quad (1)$$

где  $j(r_i, z_i)$  — распределение плотности тока в  $i$ -й полоидальной катушке или пассивном элементе;  $S_i$  — площадь сечения  $i$ -го проводника. Если предположить, что полный ток  $I$  по сечению полоидальной катушки или пассивного элемента распределён равномерно, то получаем

$$\psi(r, z) = \frac{I}{S_i} \iint_{S_i} G(r, z, r_i, z_i) dr_i dz_i, \quad (2)$$

где  $G$  — функция Грина [5]:

$$G(r, z, r_i, z_i) = \sqrt{\frac{rr_i}{k^2}} [(2 - k^2)K(k) - 2E(k)], \quad k^2 = \frac{4rr_i}{(r + r_i)^2 + (z - z_i)^2}; \quad (3)$$

$K(k)$  и  $E(k)$  — полные эллиптические интегралы первого и второго рода:

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}} d\theta; \quad E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta} d\theta. \quad (4)$$

Отметим, что функция Грина  $G(r, z, r_i, z_i)$  — магнитный поток в точке  $(r, z)$  от кольцевого тока, расположенного в точке  $(r_i, z_i)$ , т.е. по сути это взаимная индуктивность двух бесконечно тонких колец.

Такой подход позволяет вычислить скалярную величину магнитного потока  $\psi(r, z)$  от любого конечного числа проводников простым алгебраическим сложением действий всех источников.

Компоненты магнитного поля являются производными от потока  $\psi$ :

$$B_z = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad B_r = -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (5)$$

Токи, наведённые в пассивных элементах, определяются из уравнений Кирхгофа для электрических цепей

$$\mathbf{L} \frac{d\mathbf{I}}{dt} + \mathbf{R}\mathbf{I} = -\frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (6)$$

где  $\mathbf{L}$  — матрица индуктивностей (положительно определённая и симметричная), Гн;  $\mathbf{I}$  — вектор токов в пассивных элементах, А;  $\mathbf{R}$  — диагональная матрица сопротивлений Ом;  $\Psi(r, z)$  — вектор суммарного потока от внешних активных проводников, Тл.

Численный алгоритм решения задачи (1)—(6) состоит из следующих шагов:

- разбиваем камеру токамака на некоторое количество кольцевых витков;
- задаём экспериментальный ток  $I(t)$  в одной из полоидальных обмоток;
- решаем уравнения Кирхгофа (6) и находим наведённые токи во всех кольцевых витках ВК и в элементах пассивной стабилизации;
- в требуемом месте  $(r, z)$  вычисляем суммарный магнитный поток  $\psi(r, z)$  от тока в полоидальной обмотке и наведённых токов;
- по формулам (5) вычисляем магнитное поле  $B_z$  и  $B_r$  в местах расположения магнитных датчиков;
- напряжение на магнитном датчике  $U$ , снимаемое с катушки, пропорционально —  $d\Phi/dt$ , где  $\Phi = \mathbf{B}NS$ ,  $\mathbf{B}$  — составляющая вектора индукции магнитного поля вдоль оси магнитного датчика,  $S$  — площадь поперечного сечения датчика,  $N$  — количество витков;
- для вычисления  $\mathbf{B}$  необходимо спроецировать поля  $B_z$  и  $B_r$  на ось магнитного датчика с учётом его угла.

Таким образом, задавая ток в одной из полоидальных обмоток и вычисляя наведённые токи в элементах камеры и витках пассивной стабилизации, можно рассчитать сигналы в магнитных датчиках.

## ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

В данном пункте обсудим проблемы, которые возникают при численном решении задачи (1)—(6).

Первая проблема — необходимость использования большого количества кольцевых витков для моделирования ВК, что увеличивает число уравнений Кирхгофа (6) и соответственно требует обращения матрицы индуктивностей большой размерности. Поэтому, в первую очередь, необходимо определить минимальное количество витков разбиения камеры токамака, которое достаточно для численного решения задачи (1)—(6).

Минимально количество кольцевых витков определяется следующим образом. Камера токамака разбивается на  $N$  витков, решается задача (1)—(6) и вычисляются напряжения в магнитных датчиках. Далее ВК разбивается на  $2N$  витков, снова решается задача (1)—(6) и вычисляются напряжения в датчиках. Если напряжения в магнитных датчиках для двух вариантов различаются больше чем на 1%, то процесс разбиения камеры продолжается, пока два решения не будут различаться меньше чем на 1%. В результате серии численных расчётов было показано, что разбиение ВК более чем на 250 кольцевых витков приводит к изменению напряжения в магнитных зондах менее 0,5%. Поэтому все дальнейшие расчёты проводились с разбиением камеры токамака на 250 кольцевых витков.

Вторая проблема заключается в обращении матрицы индуктивностей. В случае большого количества кольцевых витков, они расположены близко друг к другу, поэтому при обращении матрицы проявляется неустойчивость. Для решения этой проблемы использовалась регуляризация по Тихонову [6].

Вместо матрицы индуктивностей  $L$  использовалась модифицированная матрица  $D = L + \alpha E$ , где  $E$  — единичная матрица. Подбор коэффициента  $\alpha$  осуществлялся из условия его минимального значения и устойчивого решения задачи (1)—(6). Обращение модифицированной матрицы индуктивностей  $D$  осуществлялось по методу Гаусса—Жордана [7].

Третья проблема — устойчивое решение системы дифференциальных уравнений (6) с большой точностью. Для этого использовался неявный метод Гаусса—Лежандра четвёртого порядка, который является А-устойчивым [8].

Для реализации численного алгоритма была написана программа на алгоритмическом языке C++, в которой решалась система уравнений (1)—(6).

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЁТОВ

**Проверка полярности подсоединения магнитных датчиков.** Моделирование магнитных измерений позволяет проверить полярность подсоединения магнитных датчиков.

На рис. 3, *а* показано распределение полоидального магнитного потока, на рис. 3, *б* — индукции магнитного поля при задании переменного тока 10 А в обмотке PF2.

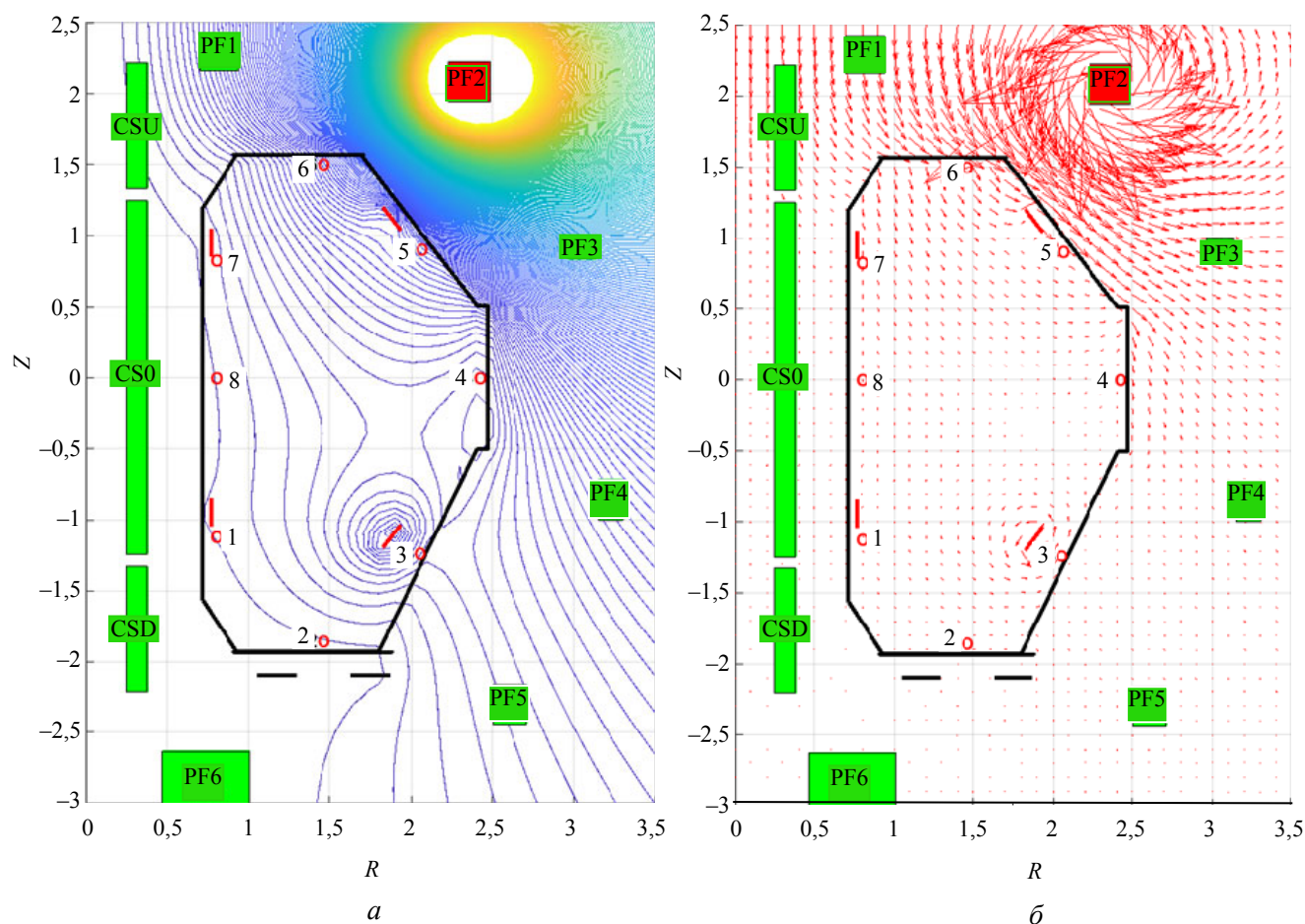


Рис. 3. Распределение магнитного потока (*а*) и индукции магнитного поля (*б*) при задании тока 10 А в обмотке PF2

На рис. 4 приведено сравнение расчётных и экспериментальных напряжений для магнитных датчиков. В первом окне (крайнее слева вверху) дан экспериментальный ток (—) и ток, который задавался в численном расчёте (—). На рисунке они полностью совпадают.

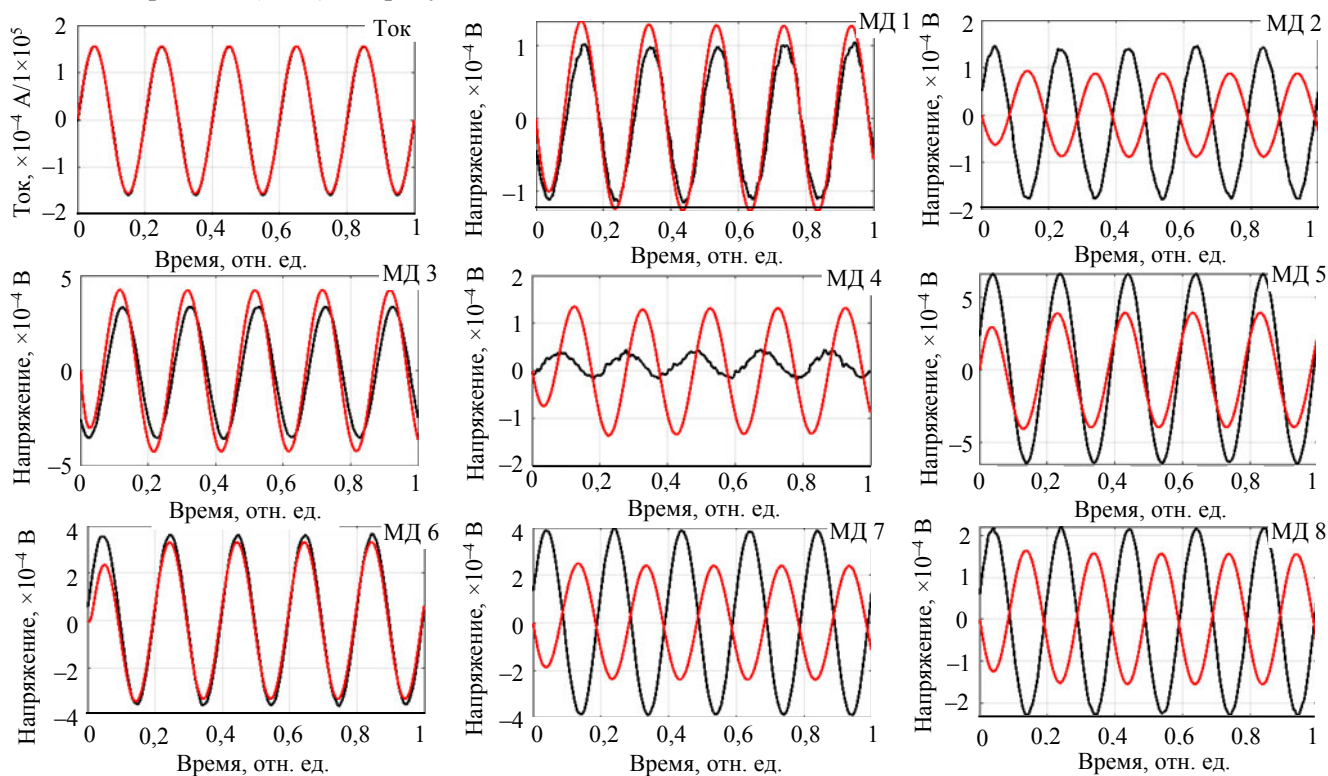


Рис. 4. Расчётные (—) и экспериментальные (—) напряжения для магнитных датчиков

На рис. 4 хорошо видно, что расчётные и экспериментальные напряжения у некоторых магнитных датчиков идут в противофазе (датчики МД 2, МД 7 и МД 8). Это означает, что полярность подсоединения у них неправильная. На рис. 5 приведены те же результаты, но после изменения полярности у датчиков МД 2, МД 7 и МД 8. Хорошо видно, что в этом случае наблюдается совпадение фазы у расчётных и экспериментальных напряжений.

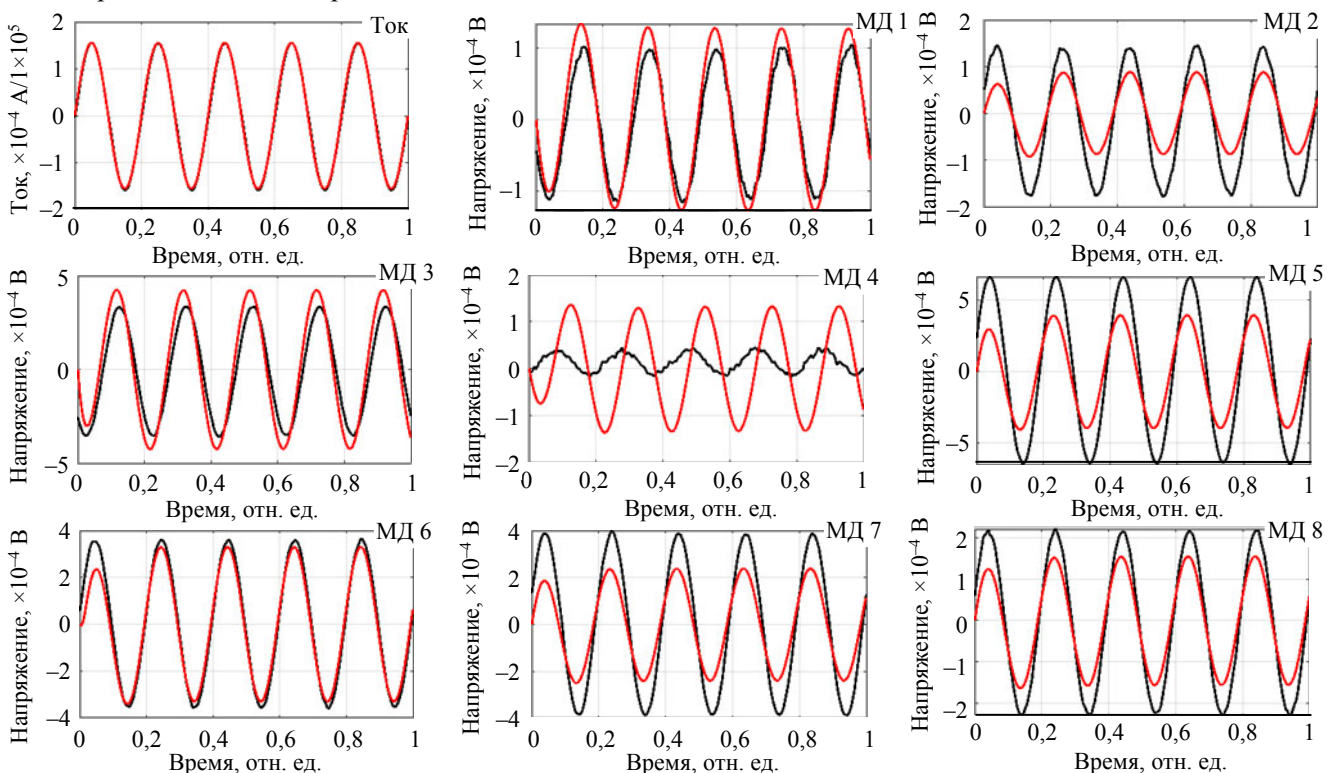


Рис. 5. Расчётные (—) и экспериментальные (—) напряжения после изменения полярности у датчиков МД 2, МД 7 и МД 8



Следует отметить, что численные расчёты также позволяют определить датчики, которые в эксперименте по каким-либо причинам работали неправильно (датчик МД 4). Это означает, что сигнал с этого датчика не должен использоваться в дальнейших расчётах.

**Проверка правильности записи сигналов магнитных датчиков в базу данных.** Как уже отмечалось, количество магнитных датчиков велико, и поэтому всегда могут быть ошибки не только в полярности подсоединения, но и при записи сигналов в базу данных. В этом пункте обсудим, как моделирование магнитных измерений может помочь проверить правильность записи сигналов с датчиков в базу данных DASTools [4], т.е. соответствует ли записанный сигнал в базе данных номеру магнитного датчика.

На рис. 6 показаны расчётные и экспериментальные напряжения с магнитных датчиков МД 1 и МД 2 в серии экспериментов, когда поочерёдно ток задавался в центральной секции индуктора CS0 (рис. 6, а) и обмотках PF2 (рис. 6, б), PF3 (рис. 6, в), PF4 (рис. 6, з), PF5 (рис. 6, д).

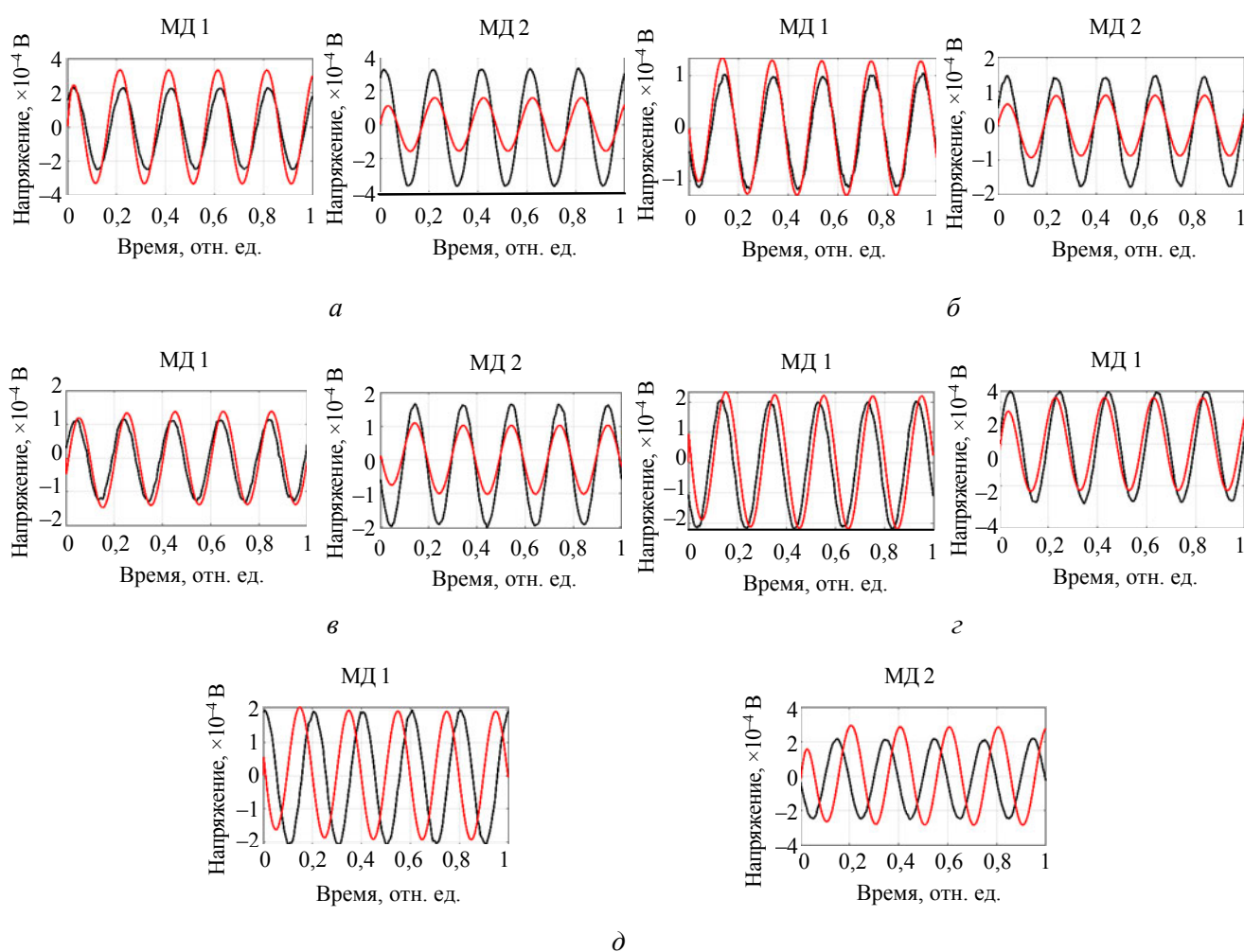


Рис. 6. Расчётные (—) и экспериментальные (—) напряжения в магнитных датчиках МД 1 и МД 2 для серии экспериментов, когда ток задаётся центральной секции индуктора CS0 (а), обмотках PF2 (б), PF3 (в), PF4 (з), PF5 (д)

На рис. 6, а, б, в видно, что фазы расчётного и экспериментального сигналов совпадают, а начиная с тока в обмотках PF4 (см. рис. 6, з) и PF5 (см. рис. 6, д), наблюдается сдвиг фазы. Было сделано предположение, что сигналы с магнитных датчиков МД 1 и МД 2 при записи в базу данных DASTools были перепутаны. Для проверки этого предположения были переставлены сигналы с датчиков МД 1 и МД 2. Если это предположение правильно, то должно наблюдаться лучшее соответствие расчётных и экспериментальных сигналов для токов во всех обмотках.

На рис. 7 показаны результаты, когда сигналы с датчиков МД 1 и МД 2 поменяли друг с другом.

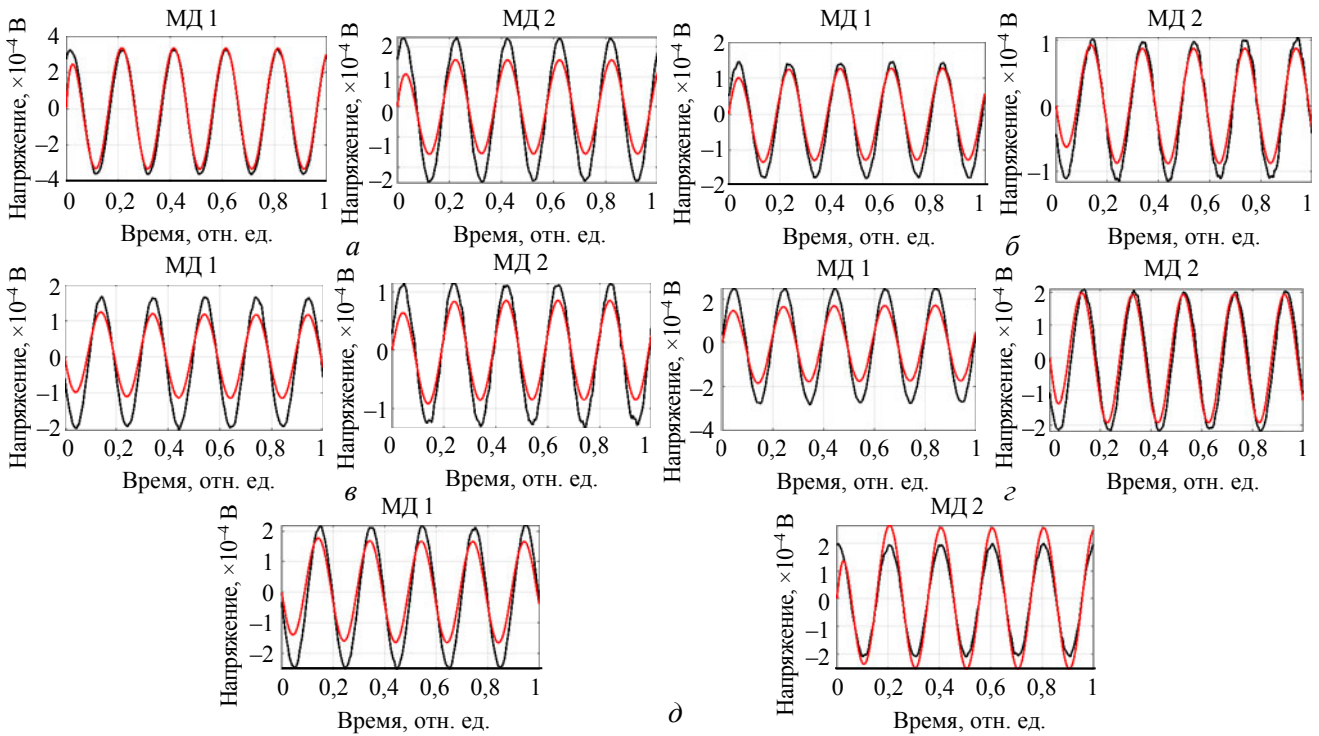


Рис. 7. Расчётные (—) и экспериментальные (—) напряжения после замены сигналов в датчиках МД 1 и МД 2 для экспериментов, в которых ток задаётся в центральной секции индуктора CS0 (а); обмотках PF2 (б), PF3 (в), PF4(г), PF5 (д)

Сравнение результатов, приведённых на рис. 6 и 7, показывает значительное улучшение соответствия расчёта эксперименту как по амплитуде, так и по фазе сигналов у датчиков МД 1 и МД 2. Это доказывает, что наше предположение оказалось верным.

Таким образом, проведённые численные расчёты позволили определить как неправильную полярность подсоединения некоторых магнитных датчиков, так и необходимую корректировку при записи сигналов в базу данных.

### ВЫЧИСЛЕНИЕ НАВЕДЁННЫХ ТОКОВ В КАМЕРЕ

Следует отметить, что моделирование магнитных измерений позволяет оценить величину наведённых токов в различных сегментах ВК. Знать эти токи важно, так как они влияют на равновесие плазмы и соответственно на работу алгоритмов управления плазменным разрядом. Приведём результаты численных расчётов.

На рис. 8, а показано распределение магнитного потока, на рис. 8, б — вектора магнитной индукции

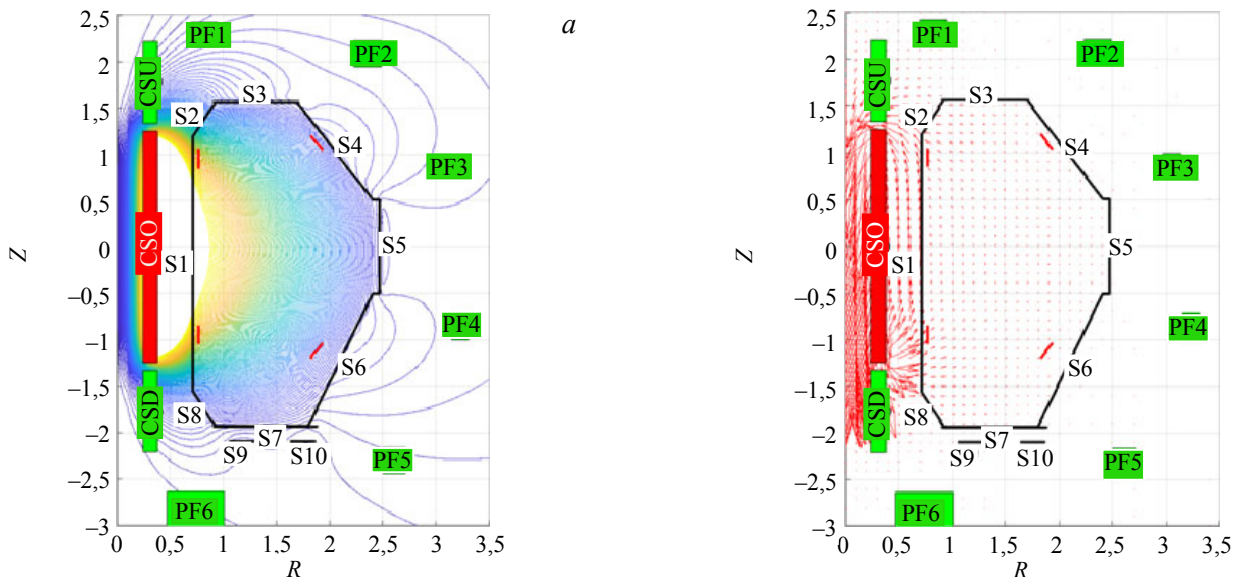


Рис. 8, Распределение магнитного потока (а); и магнитной индукции (б) при задании тока в центральной секции индуктора CS0

при задании тока в центральной секции индуктора CS0. На этом же рисунке приведены сегменты камеры токамака, для которых вычисляются суммарные наведённые токи. Такое выделение сегментов определяется геометрией и толщиной стенок ВК, т.е. сопротивлением камеры.

На рис. 9 показаны соответствующие данному расчёту суммарные наведённые токи в различных сегментах ВК.

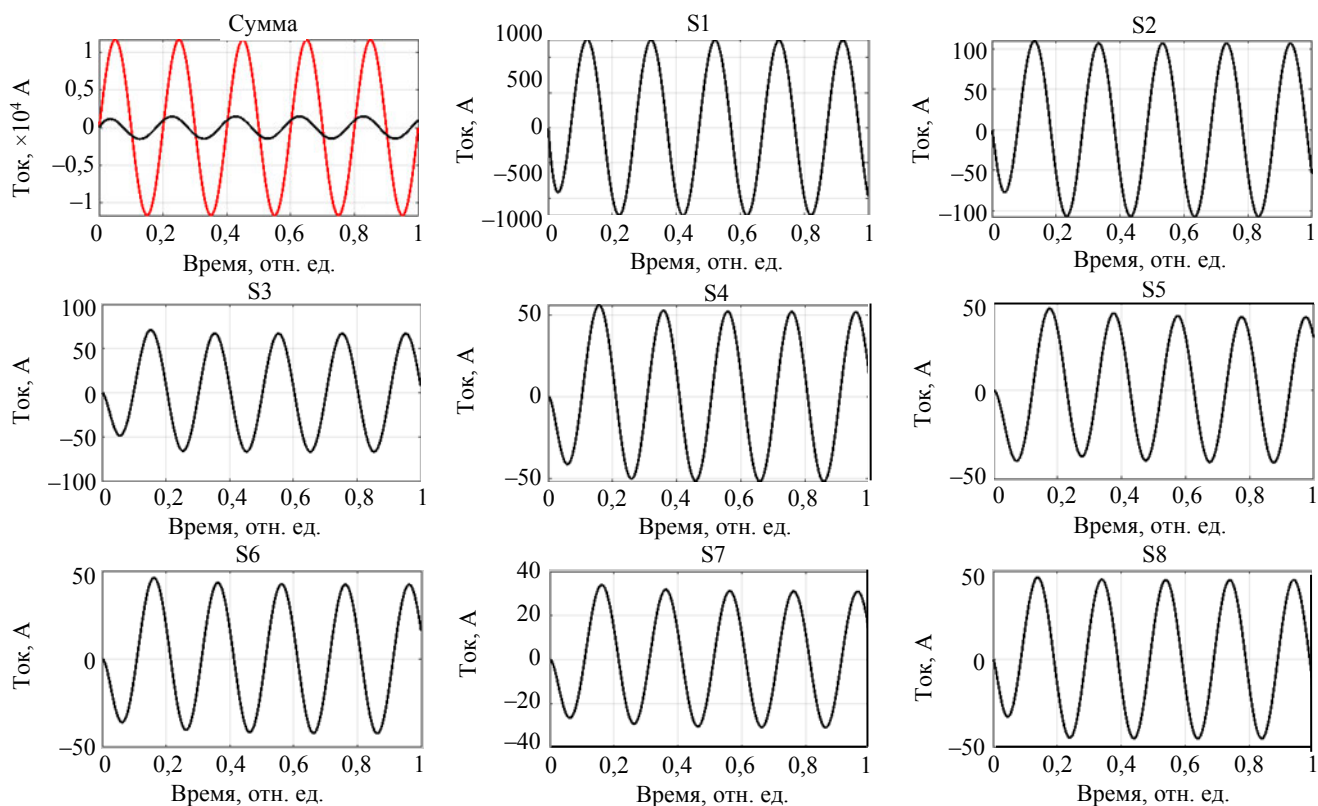


Рис. 9. Суммарные наведённые токи в сегментах ВК токамака при задании тока в секции индуктора CS0: — (в первом окне) — задаваемый ток; — — суммарный наведённый ток в камере

Отметим, что самый большой ток наводится в первом сегменте S1 ~1000 А, при этом суммарный наведённый ток во всей камере составляет примерно ~1500 А, что существенно меньше полного тока в индукторе 15 000 А. Это означает, что влияние наведённых токов в камере будет не очень существенным. Однако картина резко меняется, если задаётся ток в одной из полоидальных обмоток.

На рис. 10, а показано распределение полоидального потока, на рис. 10, б — магнитного поля при задании тока в обмотке PF3.

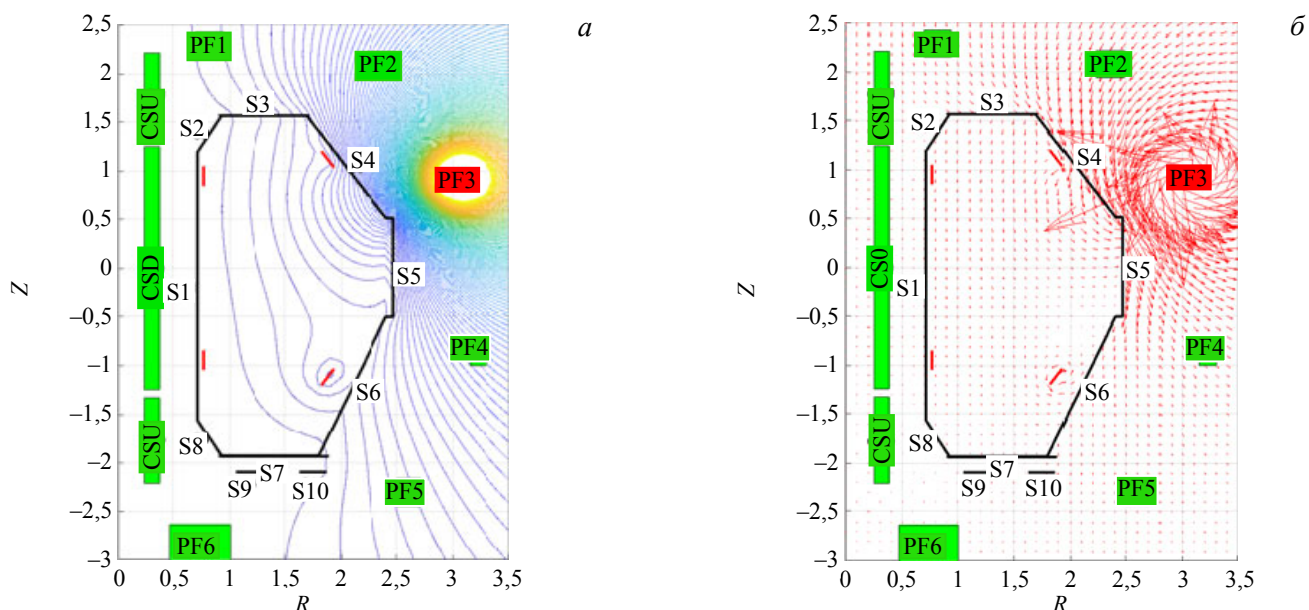


Рис. 10. Распределение магнитного потока (а) и магнитной индукции (б) при задании тока в обмотке PF3

На рис. 11 показаны соответствующие этому расчёту суммарные наведённые токи в различных сегментах ВК.

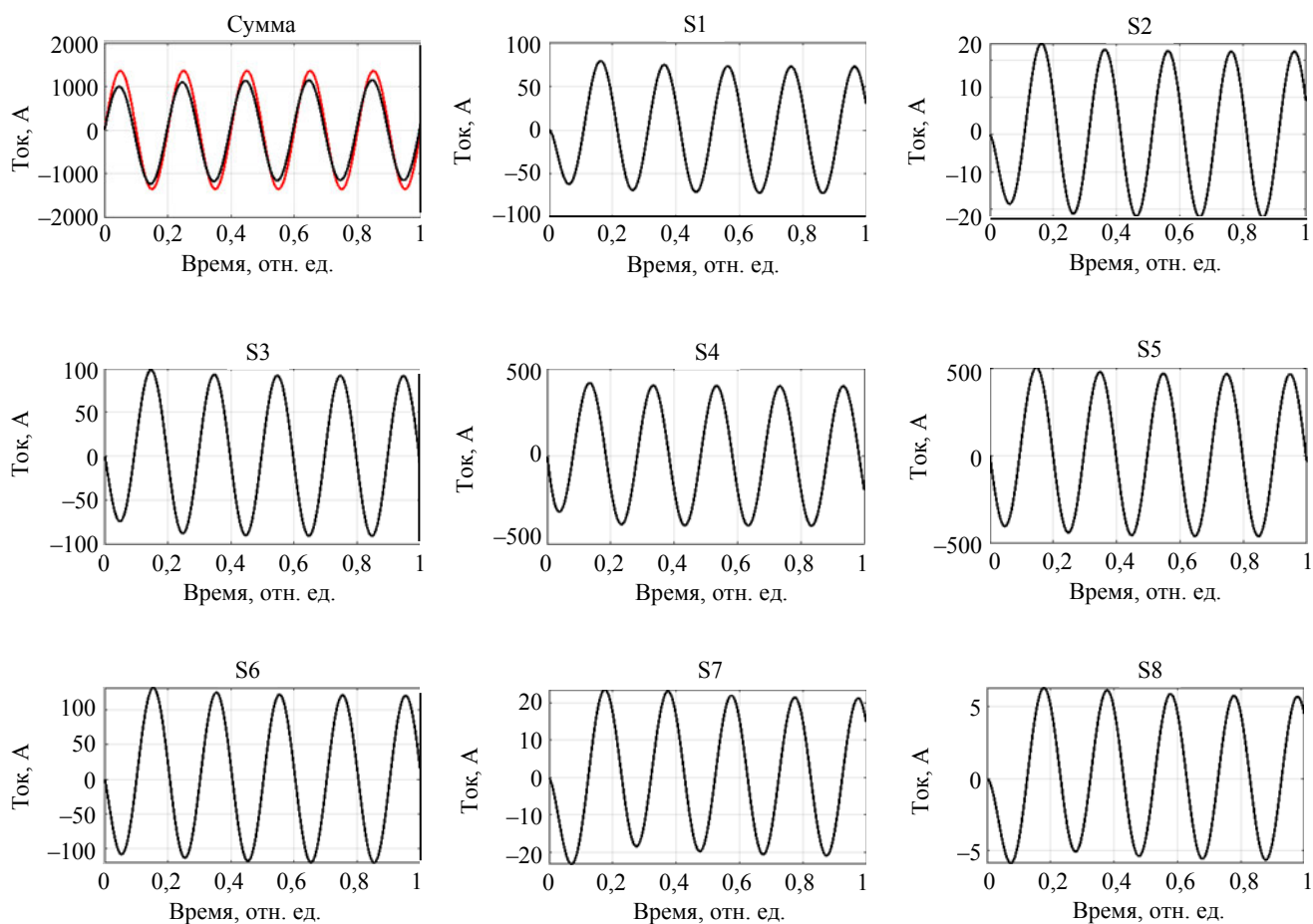


Рис. 11. Суммарные наведённые токи в сегментах вакуумной камеры токамака при задании тока в обмотке PF3: — (в первом окне) — задаваемый ток; — — суммарный наведённый ток в камере

Хорошо видно, что суммарный наведённый ток в камере (—) практически такой же, как заданный ток в обмотке PF3 (—) в первом окне. Это означает, что на начальной стадии разряда влияние наведённых токов в ВК будет существенным, и поэтому их необходимо учитывать при управлении плазменным разрядом.

### УЛУЧШЕНИЕ МОДЕЛИ ВАКУУМНОЙ КАМЕРЫ ТОКАМАКА

В математической постановке задачи расчёта магнитных полей (1)—(6) использовалась аксиально-симметричная двумерная модель ВК токамака Т-15МД. Очевидно, что она является некоторым приближением к реальной камере. Можно попытаться построить трёхмерную модель ВК и решать задачи по расчёту трёхмерного распределения магнитных полей. Однако такой подход является очень громоздким и трудоёмким и в то же время не гарантирует получение необходимой точности вычисления магнитных полей, так как не удастся учесть всех конструктивных особенностей ВК.

Как уже отмечалось, главной задачей является максимально точный расчёт наведённых токов в ВК, так как они влияют на равновесие плазмы и алгоритмы управления плазменным разрядом.

В статье разрабатывается подход, в котором, используя результаты магнитных измерений, улучшается двумерная модель ВК с целью её приближения к реальной камере. В этом подходе индуктивности и сопротивления отдельных сегментов камеры подбираются таким образом, чтобы по-

лучить наилучшее совпадение результатов численного расчёта и экспериментальных измерений. Если при этом учесть, что магнитных датчиков много и они расположены в нескольких полоидальных сечениях, то полученная таким образом двумерная модель ВК позволит рассчитывать наведённые токи с требуемой точностью.

Рассмотрим постановку задачи (1)—(6). Как видно из уравнений, модель камеры включает в себя следующие параметры: коэффициенты самоиндукции и взаимной индукции отдельных сегментов камеры, а также их сопротивления.

Оптимизация модели ВК осуществляется следующим образом: изменяем индуктивности отдельных сегментов камеры и сравниваем результаты численных расчётов с экспериментом. Если получаем лучшее совпадение с экспериментом, то изменение индуктивности считаем удачным, а если получаем худшее совпадение с экспериментом, то изменение индуктивности считаем неудачным. Отметим, что такое сравнение необходимо провести для всех токов в полоидальных обмотках и индукторе.

Введём следующие критерии для сравнения расчётных и экспериментальных данных.

Во-первых, для каждого магнитного датчика задаём интегральный критерий  $J_i$  для отрезка времени  $t_1 < t < t_2$ :

$$J_i = \frac{\int_{t_1}^{t_2} [abs(f_i^{\text{exp}}) - abs(f_i^{\text{cal}})]^2 dt}{\int_{t_1}^{t_2} [abs(f_i^{\text{exp}})]^2 dt}, i = 1, \dots, 8. \quad (7)$$

Во-вторых, задаём средний критерий

$$\bar{J} = \sum_{i=1}^8 J_i / N. \quad (8)$$

В-третьих, задаём максимальный критерий

$$J_{\max} = \max J_i. \quad (9)$$

Будем считать, что модель ВК улучшается, если при изменении параметров сегментов камеры одновременно уменьшаются критерии  $J_{\max}$  и  $\bar{J}$ .

Таким образом, изменяя индуктивности и сопротивления сегментов ВК, можно добиться наилучшего совпадения результатов численных расчётов с магнитными измерениями.

Приведём два примера, показывающие, как работает описанный алгоритм. Уменьшим индуктивности сегментов S4, S5 и S6 на 10%. В табл. 6 даны значения критериев (8) и (9) до и после изменения индуктивностей при задании тока последовательно в индукторе CS0 и обмотках PF2, PF3, PF4, PF5.

Т а б л и ц а 6. Значения функционалов до и после изменения индуктивностей

Обмотка	$\bar{J}$ (до изменения)	$\bar{J}$ (после изменения)	$J_{\max}$ (до изменения)	$J_{\max}$ (после изменения)
CS0	0,11	0,09	0,14	0,13
PF2	0,10	0,09	0,19	0,19
PF3	0,13	0,12	0,20	0,18
PF4	0,14	0,13	0,39	0,27
PF5	0,15	0,14	0,46	0,38

На рис. 12, *а* приведено сравнение расчётных (—) и экспериментальных (—) напряжений до изменения индуктивностей сегментов S4, S5 и S6, на рис. 12, *б* дано сравнение этих же кривых после изменения индуктивностей сегментов S4, S5 и S6 на 10% при задании тока в обмотке PF4.

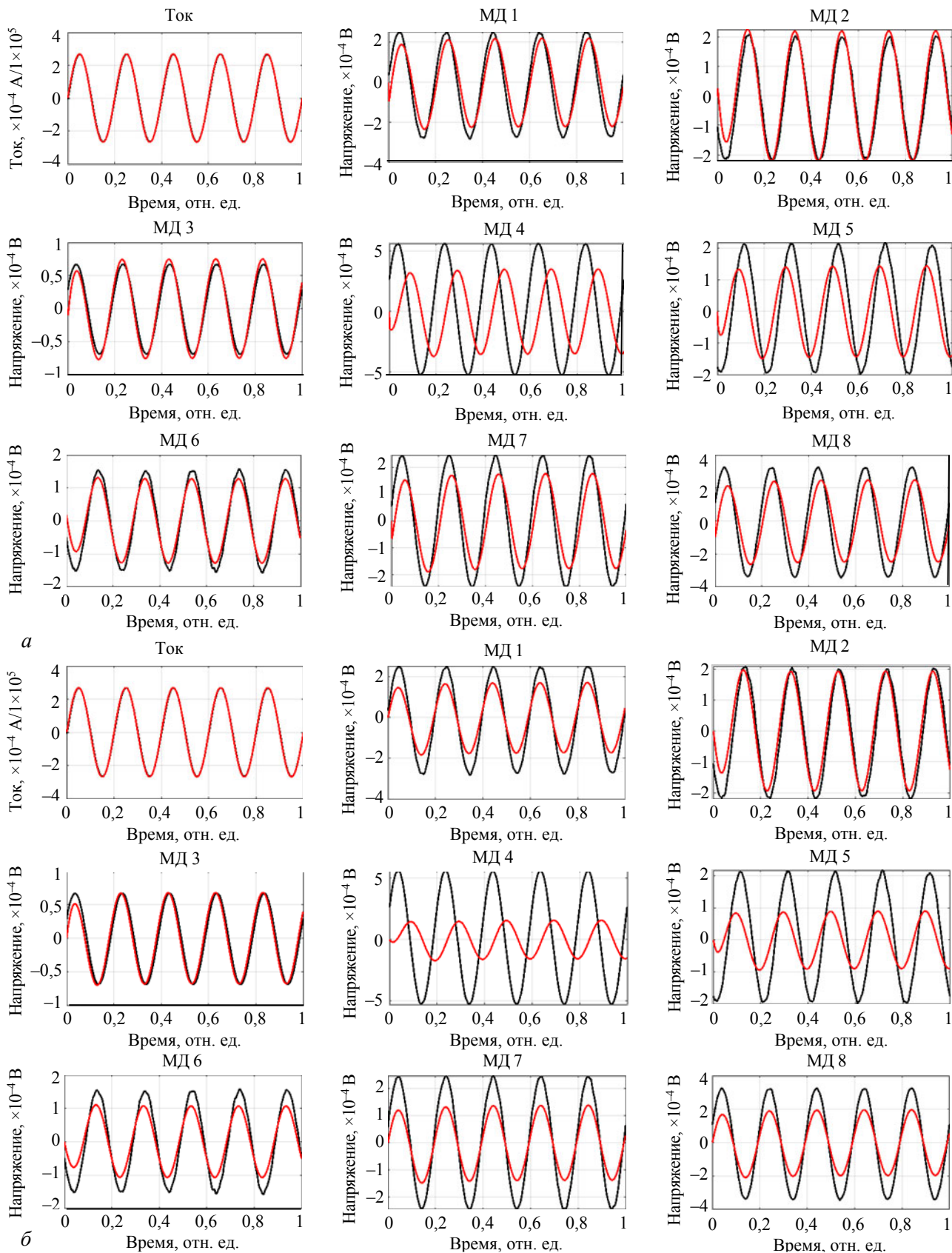


Рис. 12. Расчётные (—) и экспериментальные (—) напряжения в магнитных датчиках до изменения индуктивностей сегментов S4, S5 и S6 ВК (ток задаётся в обмотке PF4) (*а*); расчётные (—) и экспериментальные (—) напряжения в магнитных датчиках после изменения индуктивностей сегментов S4, S5 и S6 ВК на 10% (ток задаётся в обмотке PF4) (*б*)

На рисунках хорошо видно, что изменение индуктивностей в этих сегментах ВК, в основном, влияет на амплитуду сигнала и слабо влияет на сдвиг фазы сигнала.

В табл. 7 приведены значения критериев (8) и (9) до и после изменения сопротивления в сегменте S5 при задании тока последовательно в обмотках PF2, PF3, PF4, PF5 и CS0. Отметим, что сегмент S5 выбран потому, что он имеет наибольшую толщину (см. табл. 3) и поэтому самую большую неопределённость с точки зрения наведённых в нём токов.

Т а б л и ц а 7. Значения функционалов до и после изменения индуктивностей

Обмотка	$\bar{J}$ (до изменения)	$\bar{J}$ (после изменения)	$J_{\max}$ (до изменения)	$J_{\max}$ (после изменения)
CS0	0,11	0,10	0,14	0,13
PF2	0,10	0,08	0,19	0,18
PF3	0,13	0,04	0,20	0,19
PF4	0,14	0,001	0,39	0,10
PF5	0,15	0,09	0,46	0,33

Хорошо видно, что изменение сопротивления значительно улучшается выполнением критериев  $J_{\max}$  и  $\bar{J}$ , т.е. реальное сопротивление сегмента S5 камеры другое, чем рассчитанное по аналитическим формулам для кольцевых токов.

На рис. 13 показаны расчётные (—) и экспериментальные (—) напряжения в магнитных датчиках до изменения сопротивления сегмента S5, на рис. 14 — после изменения сопротивления в данном сегменте (ток задаётся в обмотке PF4).

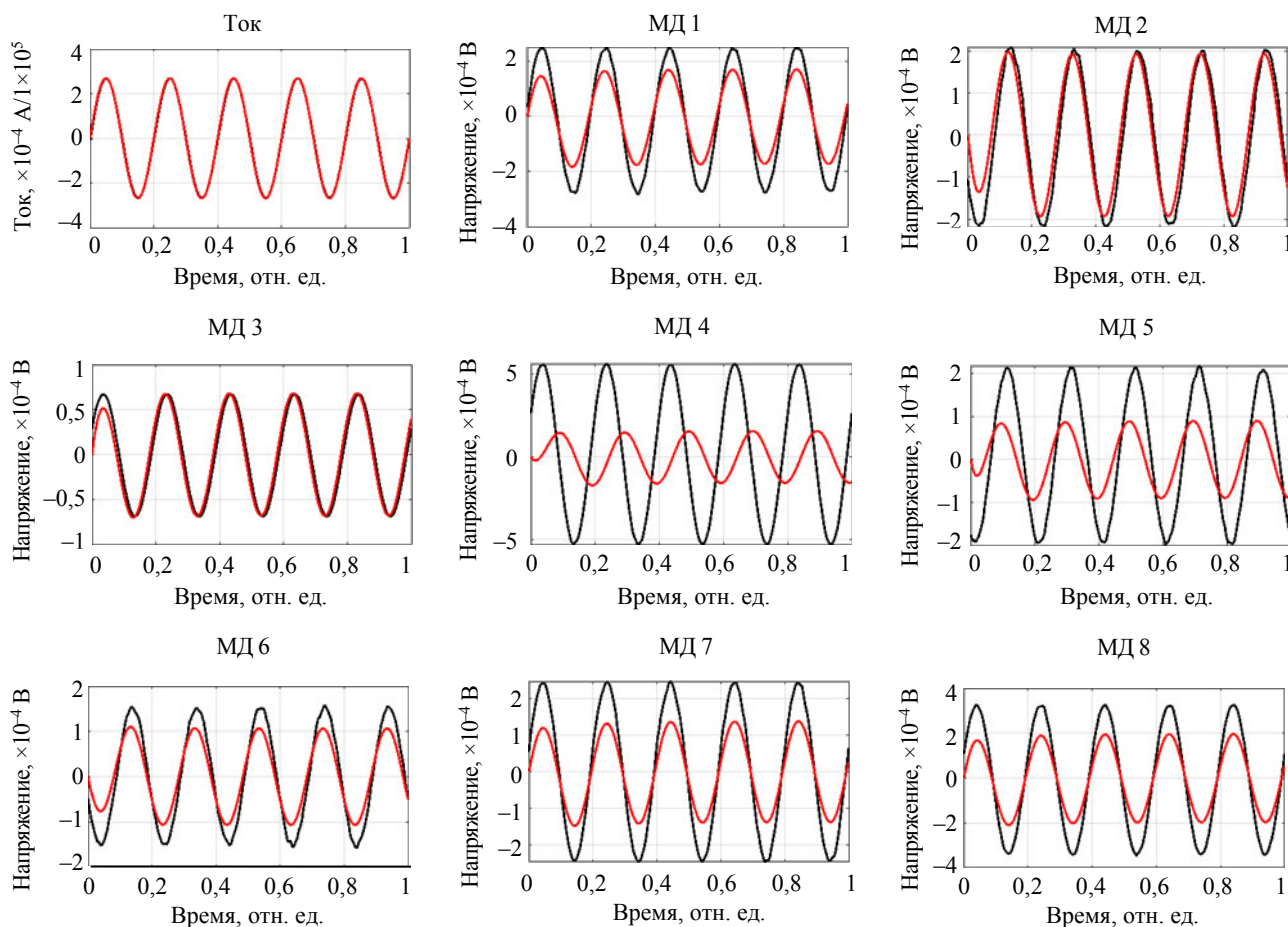


Рис. 13. Расчётные (—) и экспериментальные (—) напряжения в магнитных датчиках до изменения сопротивления в сегменте S5 (ток задаётся в обмотке PF4)

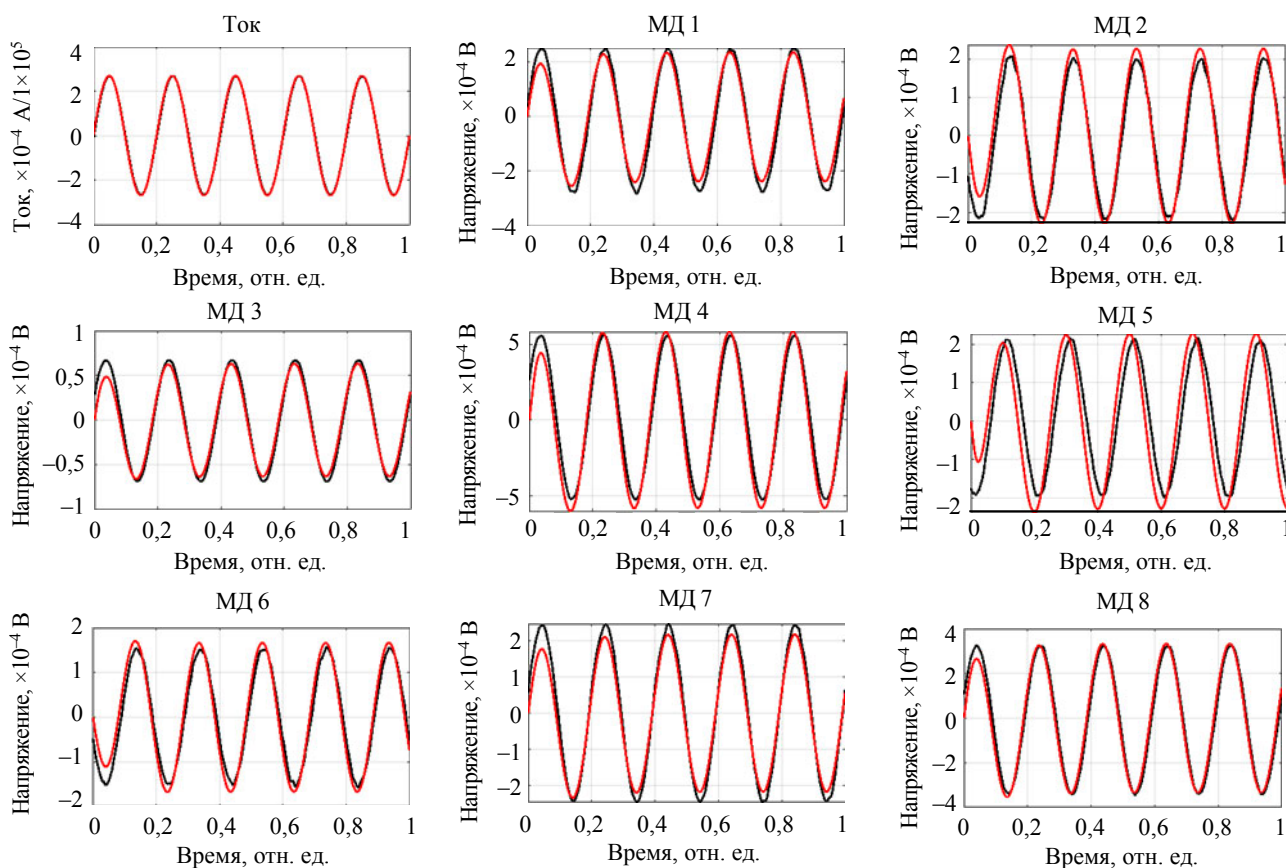


Рис. 14. Расчётные (—) и экспериментальные (—) напряжения в датчиках после изменения сопротивления в сегменте S5 (ток задаётся в обмотке PF4)

Аналогичная картина наблюдается и при задании токов в других обмотках.

Таким образом, приведённые примеры показывают, что, изменяя отдельные параметры сегментов ВК (индуктивности и сопротивления), можно добиться хорошего совпадения результатов численных расчётов с экспериментальными данными. Это означает, что двумерную модель ВК можно приблизить к реальной камере токамака и рассчитать наведённые токи с необходимой точностью.

## ОБСУЖДЕНИЕ

Проведённые магнитные измерения и их математическое моделирование показали следующее. При изменении токов в полоидальных обмотках и индукторе в камере токамака Т-15МД наводятся большие токи. Это определяется тем, что камера токамака достаточно толстая. Отметим, что токи в камере существенным образом влияют на равновесие плазмы и управление плазменным разрядом. Поэтому необходимо с приемлемой точностью рассчитывать токи, текущие по ВК. Проведённые в работе исследования позволяют оптимистично смотреть на решение данной задачи.

При постановке полного комплекта датчиков магнитной диагностики и проведении дополнительных экспериментов по измерению магнитных полей можно рассчитывать на то, что разработанная двумерная модель ВК токамака Т-15МД позволит рассчитывать наведённые токи с требуемой точностью. Эти работы планируется осуществить в ближайшем будущем.

## ВЫВОДЫ

В работе проведено моделирование магнитных измерений, которые были проведены на токамаке Т-15МД. Создана программа обработки экспериментальных данных.



В результате анализа экспериментов найдено, что у некоторых магнитных датчиков была неправильная полярность при подключении.

Обнаружено, что у двух магнитных датчиков при записи в базу данных были перепутаны сигналы.

Рассчитаны наведённые токи в вакуумной камере токамака и в обмотках пассивной стабилизации. Показано, что величина токов достаточно большая и поэтому их необходимо учитывать при расчёте равновесия плазмы и управления плазменным разрядом.

Предложен алгоритм, позволяющий на основе магнитных измерений улучшить двумерную модель вакуумной камеры и максимально её приблизить к реальной камере токамака.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Российской Федерации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хвостенко П.П., Анашкин И.О., Бондарчук Э.Н. и др.** Экспериментальная термоядерная установка токамак Т-15МД. — ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2019, т. 42, вып. 1, с. 15—38.
2. **Sushkov A.V., Belov A.M., Igonkina G.V. et al.** Design of inductive sensors and data acquisition for diagnostics of magneto hydrodynamic instabilities on the T-15MD tokamak. — Fusion Engineering and Design, 2019, vol. 146, p. 383—387.
3. **Степин А.В., Балашов А.Ю., Белов А.М. и др.** Методика и результаты абсолютной калибровки магнитных зондов токамака Т-15МД. — В сб.: XLVIII Международная Звенигородская конференция по физике плазмы и УТС, Сборник тезисов докладов, 15—19 марта 2021 г., с. 78.
4. **Sokolov M.M., Igonkina G.V., Koutcherenko I.Yu., Nurov D.N.** New system for tokamak T-10 experimental data acquisition, data handling and remote access. — AIP Conf. Proc., 2008, April 7, vol. 996, p. 269.
5. **Никифоров А.Ф., Уваров В.Б.** Специальные функции математической физики. — М.: Наука, 1978.
6. **Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.** Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1988.
7. **Atkinson K.E.** An Introduction to Numerical Analysis (2nd ed.). 1989. New York: John Wiley & Sons, 1989. ISBN 978-0471624899.
8. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Физматгиз, 1968.



Валерий Филиппович Андреев, в.н.с., д.ф.-м.н., лауреат премии им. И.В. Курчатова, ветеран атомной энергетики и промышленности; НИЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия  
Andreev\_VF@nrcki.ru



Александр Юрьевич Балашов, лаборант-исследователь, аспирант; НИЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия  
sasha-balashov-2012@mail.ru



Александр Михайлович Белов, с.н.с., лауреат премии им. Л.А. Арцимовича РАН, ветеран атомной энергетики и промышленности; НИЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия; с.н.с.; АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», 108840 Москва, Троицк, ул. Пушкиновых, вл. 12, Россия  
abelov@triniti.ru



Галина Борисовна Игонькина, с.н.с., лауреат премии им. И.В. Курчатова, ветеран атомной энергетики и промышленности; НИЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия



Павел Сергеевич Семенов, лаборант-исследователь, магистр; НИЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия  
[semenow98@yandex.ru](mailto:semenow98@yandex.ru)



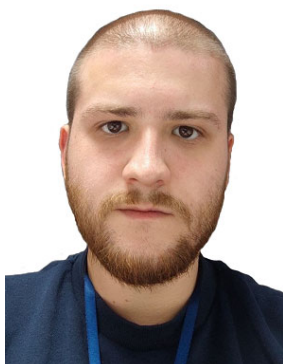
Михаил Михайлович Соколов, начальник лаборатории, к.ф.-м.н., лауреат премий им. И.В. Курчатова и А.П. Александрова, ветеран атомной энергетики и промышленности, НИЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия  
[Sokolov\\_MM@nrcki.ru](mailto:Sokolov_MM@nrcki.ru)



Андрей Викторович Степин, лаборант-исследователь, аспирант; НИЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия  
[stepin.andrei@yandex.ru](mailto:stepin.andrei@yandex.ru)



Алексей Васильевич Сушков, с.н.с, лауреат премии им. И.В. Курчатова, ветеран атомной энергетики и промышленности; НИЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия  
[Alexey-sushkov@yandex.ru](mailto:Alexey-sushkov@yandex.ru)



Хайрутдинов Эдуард Наилевич, лаборант-исследователь, аспирант; НИЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия; инженер 2-й категории; АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», 108840 Москва, Троицк, ул. Пушкиновых, вл. 12, Россия  
[eduardkhayrutdinov@gmail.com](mailto:eduardkhayrutdinov@gmail.com)

Статья поступила в редакцию 2 сентября 2021 г.  
После доработки 24 сентября 2021 г.  
Принята к публикации 28 сентября 2021 г.  
Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Термоядерный синтез, 2021, т. 44, вып. 4, с. 25—42.