

УДК 538.945

НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ТЕХНИЧЕСКИХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ*В.Р. Романовский**НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия*

Обсуждаются характерные закономерности развития теплоэлектродинамических процессов в токонесущих элементах сверхпроводящих магнитных систем. Показано, что при определённых условиях процесс проникновения магнитного потока может приобретать лавинообразный характер подобно развитию цепной реакции деления нейтронов. В результате неизбежное нарастание температуры может разрушить сверхпроводящее состояние токонесущего элемента. Анализ неизотермических состояний сопоставлен с результатами существующей теории, пренебрегающей стабильным конечным перегревом перед возникновением неустойчивых состояний. Рассмотрен режим проникновения внешнего магнитного поля в теплоизолированный сверхпроводник, когда ошибки изотермического приближения наиболее существенны.

Ключевые слова: сверхпроводящая магнитная система, токонесущий элемент, электромагнитное поле, температура, неустойчивость.

INSTABILITIES IN TECHNICAL SUPERCONDUCTORS*V.R. Romanovskii**NRC «Kurchatov Institute», Moscow, Russia*

The characteristic regularities of the development of thermal-electrodynamic processes in current-carrying elements of superconducting magnet systems are discussed. It is shown that under certain conditions, the process of magnetic flux penetration can acquire an avalanche-like character, similar to the development of a chain reaction of neutron fission. As a result, the inevitable increase in temperature can destroy the superconducting state of the current-carrying element. The analysis of the non-isothermal states is compared with the results of the existing theory that neglects stable finite overheating before the occurrence of unstable states. The mode of penetration of an external magnetic field into a thermally insulated superconductor, when the errors of the isothermal approximation are most significant, is considered.

Key words: superconducting magnet system, current-carrying element, electromagnetic field, temperature, instability.

DOI: 10.21517/0202-3822-2020-43-4-45-50

ВВЕДЕНИЕ

Курчатовский институт — пионер в области прикладной сверхпроводимости. Работы в этом направлении начались более полувека назад. Здесь был создан первый в мире Токамак со сверхпроводящими обмотками. Сегодня НИЦ «Курчатовский институт» участвует в строительстве во Франции международного термоядерного реактора ИТЭР с уникальными сверхпроводящими магнитными системами (СМС), в разработке которых принимает участие коллектив Научно-технологического комплекса сверхпроводимости Курчатовского центра НБИКС-технологий [1]. Получаемые здесь новые знания в области технической сверхпроводимости позволяют разрабатывать и создавать устройства, обеспечивающие формирование научного задела для развития многих прикладных направлений.

Наряду с экспериментальными методами исследования рабочих режимов СМС целесообразно использовать методы моделирования прежде всего с целью определения условий, обеспечивающих сохранение сверхпроводящих свойств токонесущих элементов (ТНЭ). Это связано с тем, что стабильная работоспособность СМС может быть разрушена многочисленными возмущениями различной природы [2]. Поэтому для сохранения СМС, и в особенности крупных, первостепенное значение приобретает решение проблемы устойчивости сверхпроводящего состояния ТНЭ. В связи с этим обсуждаются вопросы, позволяющие объяснить причины возникновения неконтролируемого перехода СМС в несверхпроводящее состояние.

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ

Макроскопическая динамика электромагнитного поля внутри сверхпроводящего ТНЭ может быть исследована с помощью уравнений Максвелла. Поскольку при его изменении возникают потери энергии, то во внимание следует принимать и изменение теплового состояния ТНЭ. Для большинства прак-

тически важных случаев изменение во времени и в пространстве электромагнитного поля и температуры в ТНЭ в скалярной форме описывается системой уравнений [2]

$$\mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} = \Delta E; \quad C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}[\lambda(T) \text{grad} T] + G + P, \quad (1)$$

здесь J — плотность тока в ТНЭ; E — индуцированная напряжённость электрического поля; T — температура ТНЭ; C и λ — объёмная теплоёмкость и коэффициент теплопроводности ТНЭ соответственно, зависящие в общем случае от пространственных координат и температуры; $G = JE$ — мощность джоулева тепловыделения; P — объёмная плотность внешних источников тепловыделения.

Система уравнений (1), дополненная соответствующими начальными и граничными условиями, а также уравнением вольтамперной характеристики (ВАХ) технического сверхпроводника, позволяет выполнить исследование макроскопических процессов в ТНЭ. Обсудим их особенности. (Конкретная задача и результаты её решения обсуждаются далее.)

Будем полагать, что ВАХ технического сверхпроводника может быть представлена в виде $J(T, B) = J_c(T, B)f(E/E_c)$, где f — некоторая функция, в безразмерном виде описывающая особенности нарастания ВАХ сверхпроводника; E_c — критическое значение напряжённости электрического поля; J_c — критическая плотность тока сверхпроводника, монотонно ниспадающая с увеличением магнитного поля и температуры [2, 3]. Обычно для описания ВАХ технических сверхпроводников используются уравнения либо экспоненциального [2], либо степенного типа [3]. В этих случаях имеют место следующие соотношения: $f(E/E_c) = 1 + \delta \ln(E/E_c)$ и $f(E/E_c) = (E/E_c)^{1/n}$ соответственно. Здесь n — показатель нарастания ВАХ.

Так как $\frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial J}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial t}$, то первое уравнение в системе (1) преобразуется к уравнению $\mu_0 \sigma \frac{\partial E}{\partial t} = \Delta E - \mu_0 \left(\frac{\partial J}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial t} \right) = \Delta E + \mu_0 \left(\left| \frac{\partial J_c}{\partial T} \right| \frac{\partial T}{\partial t} + \left| \frac{\partial J_c}{\partial B} \right| \frac{\partial B}{\partial t} \right) f \left(\frac{E}{E_c} \right)$, в котором было учтено, что $\sigma = \partial J / \partial E$ — дифференциальная проводимость технического сверхпроводника. Учитывая уравнение теплопроводности (второе уравнение в системе (1)), последнее уравнение приведётся к виду

$$\mu_0 \sigma \frac{\partial E}{\partial t} = \Delta E + \gamma E + Q, \quad (2)$$

$$\text{где } \gamma = \frac{\mu_0 J_c(T, B)}{C(T)} \left| \frac{\partial J_c}{\partial T} \right| f^2; \quad Q = \mu_0 f \left[\frac{1}{C(T)} \left| \frac{\partial J_c}{\partial T} \right| (\text{div} \lambda \text{grad} T + P) f + \left| \frac{\partial J_c}{\partial B} \right| \frac{\partial B}{\partial t} \right].$$

Уравнение (2) относится к уравнениям, описывающим диффузионные процессы в так называемых средах с объёмным размножением [4]. Типичный процесс этого класса явлений — цепная реакция деления нейтронов в активной среде с коэффициентом размножения λ и дополнительной объёмной плотностью источника их возникновения Q . Даже при $Q = 0$ процесс объёмной самогенерации нейтронов при $\lambda > 0$ преобладает над их поглощением, и при определённом значении λ будет возникать неуправляемая цепная реакция. Согласно данной аналогии в сверхпроводящих ТНЭ возможно спонтанное лавинообразное нарастание напряжённости электрического поля (а значит и температуры) с последующим разрушением исходного сверхпроводящего состояния даже при $Q = 0$. Этот процесс возникает в силу того, что у технических сверхпроводников критическая плотность тока J_c уменьшается с увеличением температуры и магнитной индукции. Кроме этого, даже при равномерном распределении температуры в сверхпроводнике $Q > 0$, если у сверхпроводника в рабочем диапазоне магнитных полей существует зависимость критической плотности тока сверхпроводника от магнитной индукции или на сверхпроводник действуют внешние возмущения, приводящие к тепловыделению, т.е. при $P > 0$. Эти два фактора увеличивают вероятность возникновения спонтанного перехода сверхпроводящего ТНЭ в нормальное состояние. Следовательно, сверхпроводящее состояние ТНЭ, а значит и СМС, может быть неустойчивым даже тогда, когда их рабочие параметры находятся в докритической области ($E < E_c, J < J_c$). Обратим вни-

мание на то, что если в уравнении (2) второй и третий члены в его правой части малы и ими можно пренебречь, то оно описывает стабильные электродинамические процессы в изотермическом приближении.

Возникновение лавинообразных режимов в технических сверхпроводниках связано с падающей зависимостью критической плотности тока сверхпроводника от температуры и индукции магнитного поля. Как следует из уравнения (2), это приводит к дополнительному тепловыделению. Действительно, если, например, в результате какого-либо внешнего возмущения увеличилась температура сверхпроводника или увеличилось его внешнее магнитное поле, то это приведёт к уменьшению его критической плотности тока. В результате текущий внутри ТНЭ ток перераспределится, приводя к последующему тепловыделению, а значит к новому уменьшению критической плотности тока. При определённом размере области тепловыделения и условиях теплообмена этот процесс приобретает лавинообразный характер и сверхпроводящее состояние ТНЭ теряет устойчивость.

Таким образом, макроскопические состояния технических сверхпроводников метастабильны, а процесс их необратимого разрушения может носить лавинообразный характер вследствие развития неустойчивости. Определяющую роль в их возникновении играют коллективные процессы, слабо зависящие от микроскопических свойств среды. В результате в рамках макроскопических моделей могут быть сформулированы критерии устойчивости сверхпроводящего состояния. При этом учёт изменения температуры технических сверхпроводников перед возникновением неустойчивости играет важную роль в корректном описании процессов, происходящих в них в силу зависимости C , J_c и $\partial J_c / \partial T$ от температуры. В свою очередь, на температуру сверхпроводников влияют условия их охлаждения, поперечные размеры как сверхпроводящих жил, так и ТНЭ в целом. Обсудим влияние температуры на формирование сверхпроводящих состояний.

АДИАБАТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СВЕРХПРОВОДНИКА: НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Для простоты анализа рассмотрим неохлаждаемую плоскопараллельную пластину из сверхпроводника без стабилизирующей матрицы, находящуюся во внешнем магнитном поле, параллельном его поверхности, в случае, когда оно нарастает с постоянной скоростью dB/dt . Исследуем взаимосвязанное изменение температуры и электромагнитного поля внутри сверхпроводника на основе решения следующей системы уравнений [2]:

$$C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \begin{cases} 0, & 0 < x < x_p, \\ EJ, & x_p \leq x \leq a, \end{cases}$$

$$\mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \quad (3)$$

$$J = J_c + E/\rho_f$$

с начально-краевыми условиями

$$T(x, 0) = T_0; \quad E(x, 0) = 0; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=a} = 0; \quad \left. \frac{\partial E}{\partial x} \right|_{x=a} = \begin{cases} \frac{dB}{dt}, & 0 < t < t_s, \\ 0, & t \geq t_s \end{cases}, \quad (4)$$

здесь C — объёмная теплоёмкость сверхпроводника; λ — его коэффициент теплопроводности; a — полутолщина пластины; T_0 — температура хладагента; t_s — время нарастания внешнего магнитного поля; ρ_f — сопротивление сверхпроводника в режиме вязкого течения магнитного потока; $J_c(T, B)$ — критическая плотность тока; x_p — глубина проникновения магнитного потока ($x_p(t) < x < a$) [2], определяемая из решения уравнения

$$\mu_0 \int_{x_p}^a J(x, t) dx = B_a = \frac{dB}{dt} t. \quad (5)$$

Система уравнений (3)—(5) описывает диссипативный процесс диффузии магнитного потока внутри сверхпроводника в режиме вязкого течения магнитного потока [2], динамика которого зависит не только от характера изменения внешнего магнитного поля, но и соответствующего повышения температуры. В поставленной задаче для упрощения проводимого анализа полагалось, что критическая плотность тока сверхпроводника зависит только от температуры. Поэтому для её решения использовалась

подстановка $\frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial J_c}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial E}{\partial t}$. Соответственно второе уравнение в системе (3) преобразуется к виду

$$\frac{\mu_0}{\rho_f} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\mu_0}{C(T)} \left| \frac{\partial J_c}{\partial T} \right| \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \begin{cases} 0, & 0 < x < x_p \\ EJ, & x_p \leq x \leq a \end{cases} \right].$$

Оно также относится к уравнениям, описывающим диффузионные процессы цепного характера.

Результаты численного решения поставленной задачи (3)—(5) сопоставлялись с известными аналитическими формулами, которые следуют из модели критического состояния, сформулированной в изотермическом приближении [2, 3]. При этом предполагалось, что зависимость критической плотности тока от температуры линейна и может быть записана в виде $J_c = J_{c0} (T_{cB} - T) / (T_{cB} - T_0)$ [2, 3]. Здесь J_{c0} и T_{cB} — известные постоянные критические параметры сверхпроводника при заданном внешнем магнитном поле B соответственно. В этом случае выражения, описывающие для плоскопараллельной пластины в изотермическом приближении изменение во времени границы проникновения экранирующих токов x_c и объёмной плотности тепловых потерь G_c , выделяемых в процессе диффузии магнитного потока, могут быть записаны в виде [2, 3] $x_c(t) = a - \dot{B}t / (\mu_0 J_{c0})$, $G_c = (\dot{B}t)^3 / (6\mu_0^2 a J_{c0})$.

На рис. 1, 2 показаны результаты расчёта глубины проникновения и объёмной плотности потерь $G = \frac{1}{a} \int_0^a EJ dx dt$, выполненного как в неизотермическом (штриховые линии), так и в изотермическом (сплошные линии) приближении. Исходные параметры принимались равными $C = 30T^3$ Дж/(м³·К), $\lambda = 0,0075T^{1,8}$ Вт/(м·К), $T_0 = 4,2$ К, $\rho_f = 5 \cdot 10^{-7}$ Ом·м, $T_{cB} = 8,5$ К, $J_{c0} = 4 \cdot 10^9$ А/м². Они соответствуют ниобий-титановому сверхпроводнику, охлаждённому в начальный момент до температуры жидкого гелия.

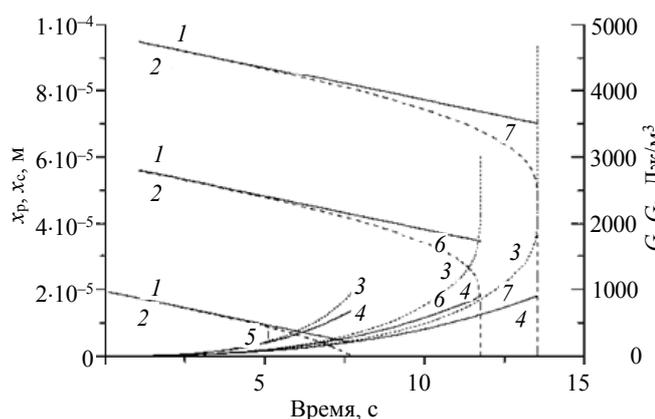


Рис. 1. Изменение во времени глубины проникновения магнитного потока и гистерезисных потерь при диффузии магнитного потока в неохлаждаемом сверхпроводнике, $dB/dt = 0,01$ Тл/с: - - - - неизотермическое приближение, — — — изотермическое приближение; 1 — x_p ; 2 — x_c ; 3 — G ; 4 — G_c ; 5 — $a = 2 \cdot 10^{-5}$; 6 — $a = 6 \cdot 10^{-5}$; 7 — $a = 10^{-4}$

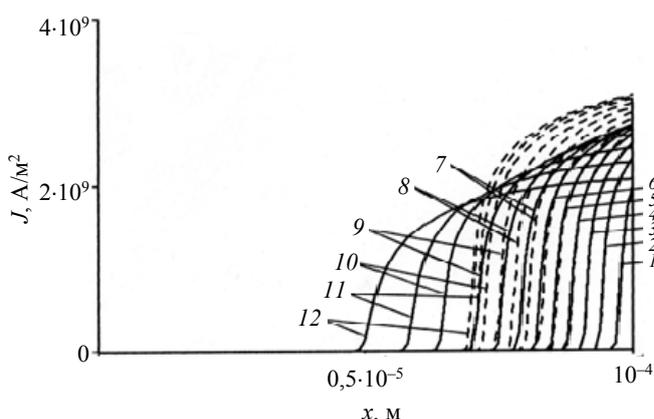


Рис. 2. Проникновение экранирующего тока внутрь сверхпроводника при $dB/dt = 0,1$ Тл/с: - - - — изотермическое приближение; — — — — неизотермическое приближение; 1 — $t = 0,1$ с; 2 — $t = 0,2$ с; 3 — $t = 0,3$ с; 4 — $t = 0,4$ с; 5 — $t = 0,5$ с; 6 — $t = 0,6$ с; 7 — $t = 0,7$ с; 8 — $t = 0,8$ с; 9 — $t = 0,9$ с; 10 — $t = 1$ с; 11 — $t = 1,1$ с; 12 — $t = 1,2$ с

Нетрудно заметить, что по сравнению с изотермическим приближением неизотермическая динамика сверхпроводящего состояния при адиабатических условиях характеризуется более интенсивным проникновением магнитного потока внутрь сверхпроводника, приводящем в определённый момент времени к лавинообразному нарастанию температуры — к магнитной неустойчивости процесса проникновения

внешнего магнитного поля. Поэтому неизотермический расчёт потерь будет приводить к отклонению от соответствующих значений, вычисленных в изотермическом приближении и особенно в моменты времени, предшествующие возникновению неустойчивости. В результате тепловая предыстория сверхпроводника будет оказывать существенное влияние на условия возникновения и развития неустойчивостей. В качестве иллюстрации сказанного на рис. 3 показаны результаты расчёта изменения теплового состояния поверхности сверхпроводника до и после возникновения магнитной неустойчивости, полученные для различных зависимостей теплоёмкости от температуры (используемая в расчётах температурная зависимость $C(T)$ была выписана ранее). Сплошные линии описывают увеличение температуры поверхности сверхпроводника в случаях, когда экранирующие токи не полностью заполнили поперечное сечение сверхпроводника, а штриховые — после полного проникновения магнитного потока внутрь сверхпроводника. Приведённые на рис. 1—3 результаты наглядно демонстрируют влияние тепловой предыстории на формирование даже стабильных электродинамических состояний сверхпроводника и тем самым подчёркивают роль допустимого увеличения температуры на возникновение и развитие неустойчивости.

Зависимость допустимого перегрева сверхпроводящей пластины от характера электродинамического возмущения может быть в общем случае оценена по формуле

$$T - T_0 \sim \frac{1}{a} \int_0^{t_s} \int_0^a E J dx dt / (C_t + h t_s / a), \quad t_s = B_a / \dot{B}, \quad (6)$$

которую нетрудно получить, переходя от уравнения теплопроводности к уравнению теплового баланса (здесь C_t — среднеинтегральная теплоёмкость сверхпроводника; h — коэффициент теплоотдачи). Оценка (6) дополняет обсуждённые особенности изменения допустимого перегрева сверхпроводника. А именно, когда неустойчивость инициируется за относительно малое время $t_s \ll a C_t / h$, допустимый перегрев зависит от общей энергии, выделенной в процессе диффузии магнитного поля. При этом условия теплообмена будут оказывать слабое влияние на значение ΔT , а условия возникновения неустойчивости будут слабо зависеть от характера изменения внешнего магнитного поля. С увеличением времени диффузии магнитного потока, предшествующего скачку потока, допустимый перегрев сверхпроводника уменьшается и при $t_s \gg a C_t / h$, например, при малых скоростях его нарастания или интенсивном охлаждении, основной вклад в величину перегрева сверхпроводника будет вносить мощность диссипируемого тепла. В этом случае характер изменения во времени внешнего магнитного поля будет оказывать влияние на стабильное формирование электродинамических состояний.

Таким образом, возникновению неустойчивостей в технических сверхпроводниках всегда предшествует конечный допустимый перегрев образца, зависящий от характера возмущений, а также условий охлаждения. При этом чем больше стабильное увеличение температуры сверхпроводника, тем больше величина x_p , а значит, по мере стабильного проникновения магнитного потока внутрь сверхпроводника условия возникновения неустойчивостей будут выходить за рамки чисто изотермических и становиться более зависимыми от теплового состояния ТНЭ. Подчёркнём важность данного вывода. Анализ условий устойчивости в рамках существующей теории критического состояния пренебрегает не только допустимым изменением температуры сверхпроводника, но и его зависимостью от характера возмущения. В то

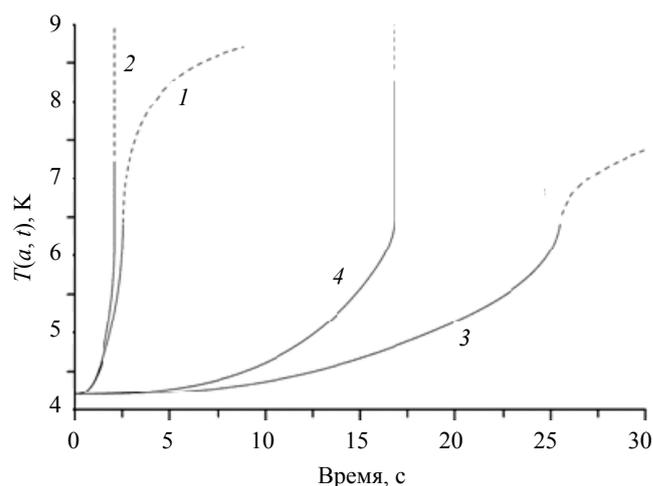


Рис. 3. Влияние теплоёмкости на изменение температуры поверхности теплоизолированного сверхпроводника при её различных зависимостях от температуры, $a = 10^{-4}$ м: — — $x_p > 0$; ---- — $x_p = 0$; 1, 2 — $dB/dt = 0,1$ Тл/с; 3, 4 — $dB/dt = 0,01$ Тл/с; 1, 3 — $C_s(T)$ (учитываются зависимости теплоёмкости температуры); 2, 4 — $C_s(4,2$ К) (при постоянном значении теплоёмкости)

же время оказывается, что нарастание температуры сверхпроводника как при устойчивых режимах, так и при лавинообразном развитии неустойчивости будет оказывать неизбежное влияние на зависящие от температуры параметры уравнения (2). Это необходимо учитывать не только при формулировке соответствующих критериев устойчивости, но и при исследовании процессов развития неустойчивости в сверхпроводящих ТНЭ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кривых А.В., Поляков Ф.В., Щербаков В.И.** — ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2019, т. 42, вып. 4, с. 39—44.
2. **Гуревич А.В., Минц Р.Г., Рахманов А.Л.** Физика композитных сверхпроводников. — М.: Наука, 1987. 240 с.
3. **Уилсон М.** Сверхпроводящие магниты. — М.: Мир, 1985. 408 с.
4. **Мартинсон Л.К., Малов Ю.И.** Дифференциальные уравнения математической физики. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1996. 368 с.



Владимир Рэманович Романовский, в.н.с., д.ф.-м.н., профессор, почётный работник науки и техники РФ, лауреат премий им. И.В. Курчатова, ветеран атомной энергетики и промышленности, действительный член Нью-Йоркской академии наук, член Американского общества инженеров электротехники и электронщиков (IEEE), награждён золотой медалью «Distinguished Leader» Американским библиографическим институтом, золотой медалью «International Scientist of the Year», серебряной медалью «International Man of the Millennium» Кембриджского университета, многочисленными сертификатами издательства «Marquis Who's Who»; НИЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия
e-mail: mosrem@rambler.ru

Статья поступила в редакцию 20 июля 2020 г.

После доработки 23 сентября 2020 г.

Принята к публикации 24 сентября 2020 г.

Вопросы атомной науки и техники.

Сер. Термоядерный синтез, 2020, т. 43, вып. 4, с. 45—50.