

УДК 537.529,621.039

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ В ИМПУЛЬСНОЙ СТРУЕ КАПИЛЛЯРНОГО РАЗРЯДА С ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ СТЕНКОЙ

В.В. Кузенов^{1,2}, П.А. Фролко¹, В.В. Шумаев¹¹Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия²Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия

Проведено численное моделирование плазмогазодинамических процессов и структуры факела капиллярного разряда с испаряющейся стенкой, предназначенного для импульсных термоядерных систем. Получены пространственные распределения температуры в струе такого разряда для разных моментов времени. Выполнена оценка влияния внешнего магнитного поля (напряжённость $B = 2,5$ Тл и $B = 1,58$ Тл) на элементы одиночной струи рассматриваемого капиллярного разряда.

Ключевые слова: капиллярный разряд, контактная граница, перенос излучения, плазменные струи, ударная волна.

NUMERICAL SIMULATION OF PROCESSES IN A PULSED JET OF A CAPILLARY DISCHARGE WITH EVAPORATING WALL

V.V. Kuzenov^{1,2}, P.A. Froloko¹, V.V. Shumaev¹¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia²Dukhov Research Institute of Automatics (VNIIA), Moscow, Russia

Numerical simulation of the plasma-gas dynamic processes and the structure of the capillary discharge with evaporating wall, intended for pulsed thermonuclear systems, is carried out. Spatial distributions of temperature in a pulsed jet of a capillary discharge are obtained for different instants of time. The effect of an external magnetic field (intensity $B = 2.5$ T and $B = 1.58$ T) on the elements of a single capillary discharge jet was estimated.

Key words: capillary discharge, contact boundary, plasma jets, radiation transport, shock wave.

DOI: 10.21517/0202-3822-2018-41-2-105-112

ВВЕДЕНИЕ

Импульсные струи плазмы часто находят применение в различных технических, научных приложениях и могут быть сформированы с помощью капиллярного разряда с испаряющейся стенкой (КРИС) [1—6]. Важным достоинством КРИС как источника интенсивного широкополосного излучения является возможность получения плазмы с высокими и хорошо воспроизводимыми термо- и газодинамическими (а значит и излучательными) характеристиками. КРИС представляет собой мощный импульсный плазгодинамический разряд, плазма которого создаётся в диэлектрическом цилиндрическом канале, заполненном для облегчения электрического пробоя металлизированным порошком. В случае использования КРИС, стенки канала которого выполнены из текстолита, исследуемая плазма имеет следующий атомный состав: 47% водорода, 37% углерода, 16% кислорода ($H_{47}C_{37}O_{16}$), а для оргстекла (ПА) $H_8C_5O_2$. В данной работе принято, что плазма, находящаяся внутри рабочего канала КРИС и истекающая через выходное сечение КРИС, будет состоять только из плазмы материала металлического порошка. При этом импульсный электрический ток длительностью $t_p < 500$ мкс и амплитудой тока $I < 100$ кА протекает через цилиндрический канал КРИС и формирует в нём плотную горячую плазму температурой $T_e \leq 30$ эВ и с концентрацией электронов $n_e \geq 10^{20}$ см⁻³, которая истекает через выходное (критическое) сечение КРИС, имея высокую излучательную способность. Известно, что данный тип разряда характеризуется продолжительной, достаточно устойчивой в атмосфере плазменной структурой импульсной струи. Эта структура течения, характеризуемая степенью нерасчётности $n = P_a/P_\infty$, близка к структуре начального участка течения в стационарной сверхзвуковой струе плазмы (здесь P_a — давление на срезе диэлектрического цилиндрического канала, P_∞ — давление в невозмущённой окружающей среде). Интересным элементом такой структуры является плазменное образование — тороидальный вихрь, который может возникать в головной части струи КРИС. Процессы взаимодействия такого плазменного образования с внешним магнитным полем приводят к возникновению сложной ударно-волновой картины течения

плазмы в импульсной струе КРИС и на её границе, передаче значительной части энергии фоновой среде, а также приведению в движение окружающей среды. Отметим, что возможность создания технических источников излучения с высоким энергетическим выходом широкополосного излучения тесно связана с формированием импульсной плазменной струей КРИС долгоживущих (импульс широкополосного излучения может достигать миллисекундных диапазонов длительности) тороидальных плазменных образований с большой излучающей поверхностью. Заметим также, что тема работы имеет непосредственное отношение к термоядерным системам и физике высокотемпературной плазмы, так как существует несколько вариантов формирования высокоскоростных плазменных струй, создаваемых плазменными пушками и предназначенных для обжата замагниченной мишени. Так, например, в концепции синтеза замагниченной мишени (MIF/MTF) для сжатия и нагрева мишени во внешнем магнитном поле применяется массив (система) капиллярных разрядов, расположенных по периметру (окружности) импульсной термоядерной установки.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛАЗМЕННЫХ СТРУЙ

При проведении 2D-расчётов факела капиллярного разряда газодинамические параметры в диэлектрическом канале КРИС определялись на основе приближенной математической модели. Эта модель предполагает, что энергия, которая вкладывается из ёмкостного накопителя в эрозионную плазму диэлектрического канала КРИС, преобразуется в тепловую энергию плазмы. При этом часть этой энергии излучается оптически плотной плазмой, а другая часть теряется при истечении со звуковой скоростью через срез капиллярного разряда.

Плазмодинамические процессы, протекающие в факеле плазмы капиллярного разряда, могут быть определены в эйлеровой системе координат с помощью уравнений вязкой однотемпературной радиационной плазмодинамики, которая в безразмерных переменных примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J\rho V_\xi)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J\rho V_\eta)}{\partial \eta} &= -\alpha \frac{\rho u}{r}; \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J\rho u V_\xi)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J\rho u V_\eta)}{\partial \eta} &= -\xi_r \frac{\partial P}{\partial \xi} - \eta_r \frac{\partial P}{\partial \eta} - \alpha \frac{\rho u^2}{r} + \frac{S_r}{\text{Re}}; \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J\rho v V_\xi)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J\rho v V_\eta)}{\partial \eta} &= -\xi_z \frac{\partial P}{\partial \xi} - \eta_z \frac{\partial P}{\partial \eta} - \alpha \frac{\rho uv}{r} + \frac{S_z}{\text{Re}}; \\ \frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J\rho e V_\xi + J \sum q_{i\xi})}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J\rho e V_\eta + J \sum q_{i\eta})}{\partial \eta} &= -\frac{P}{J} \left\{ \frac{\partial (JV_\xi)}{\partial \xi} + \frac{\partial (JV_\eta)}{\partial \eta} \right\} - \alpha \frac{Pu}{r} - \alpha \frac{\rho eu}{r} + \frac{S_e}{\text{Re}}; \\ S_e &= \mu_\Sigma D + \frac{\gamma}{\text{Pr}} \text{div}(\lambda_\Sigma \text{grad}T). \end{aligned}$$

Величины S_r , S_z математически описывают силы, возникающие в потоке газа за счёт наличия в нём сил вязкого трения. Переменная S_e представляет собой сумму работ сил вязкого трения $\mu_\Sigma D$, процессов переноса тепла механизмом теплопроводности $\text{div}(\lambda_\Sigma \text{grad}T)$. $\text{Re} = \frac{L_* \rho_* V_*}{\mu_*}$ — число Рейнольдса,

$\text{Pr} = \frac{\mu_* C_{p*}}{\lambda_*}$ — число Прандтля.

Все величины, входящие в данные уравнения, определяются с помощью дополнительных соотношений

$$\text{div}\mathbf{V} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial (JV_\xi)}{\partial \xi} + \frac{\partial (JV_\eta)}{\partial \eta} \right] + \alpha \frac{u}{r}; \quad e_{rr} = \xi_r \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u}{\partial \eta}; \quad e_{zz} = \xi_z \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial v}{\partial \eta}; \quad e_{\varphi\varphi} = \alpha \frac{u}{r};$$

$$\begin{aligned}
 D &= 2 \left[(e_{rr})^2 + (e_{zz})^2 + (e_{\varphi\varphi})^2 \right] + (e_{rz})^2 - \frac{2}{3} (\operatorname{div} \mathbf{V})^2; \\
 e_{rz} &= \left(\xi_z \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \left(\xi_r \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial v}{\partial \eta} \right); \quad \sigma_{rz} = \mu_\Sigma \left[\left(\xi_z \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \left(\xi_r \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right]; \\
 \sigma_{rr} &= \mu_\Sigma \left[\frac{4}{3} \left(\xi_r \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - \frac{2}{3} \left(\xi_z \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) - \alpha \frac{2u}{3r} \right]; \\
 \sigma_{zz} &= \mu_\Sigma \left[\frac{4}{3} \left(\xi_z \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) - \frac{2}{3} \left(\xi_r \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - \alpha \frac{2u}{3r} \right]; \\
 S_r &= \frac{1}{J} \frac{\partial (J \{ \xi_r \sigma_{rr} + \xi_z \sigma_{rz} \})}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \{ \eta_r \sigma_{rr} + \eta_z \sigma_{rz} \})}{\partial \eta} + \alpha \frac{2\mu_\Sigma \left[\xi_r \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u}{\partial \eta} \right] - 2\alpha\mu_\Sigma \frac{u}{r}}{r}; \\
 S_z &= \frac{1}{J} \frac{\partial (J \{ \xi_r \sigma_{rz} + \xi_z \sigma_{zz} \})}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \{ \eta_r \sigma_{rz} + \eta_z \sigma_{zz} \})}{\partial \eta} + \alpha \frac{\sigma_{rz}}{r}; \\
 \operatorname{div}(\lambda_\Sigma \operatorname{grad} T) &= \frac{1}{J} \frac{\partial \{ \lambda_\Sigma J (\xi_r^2 + \xi_z^2) T_\xi + \lambda_\Sigma J (\xi_r \eta_r + \xi_z \eta_z) T_\eta \}}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial \{ \lambda_\Sigma J (\eta_r \xi_r + \eta_z \xi_z) T_\xi + \lambda_\Sigma J (\eta_r^2 + \eta_z^2) T_\eta \}}{\partial \eta} + \\
 &\quad + \alpha \frac{\lambda_\Sigma}{r} \left\{ \xi_r \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial T}{\partial \eta} \right\},
 \end{aligned}$$

где $u(r, z, t)$, $v(r, z, t)$ — проекции вектора скорости $\mathbf{V}(r, z, t)$ на оси R и Z ; e — удельная внутренняя энергия плазмы; $J = \partial(r, z)/\partial(\xi, \eta)$ — якобиан перехода от цилиндрической системы координат r, z к криволинейной системе координат ξ, η ; $V_\xi = \xi_r u + \xi_z v$, $V_\eta = \eta_r u + \eta_z v$ — контравариантные компоненты вектора скорости \mathbf{V} в криволинейной системе координат ξ, η ; ρ, P — плотность и давление плазмы; $\sum_i q_{i\xi}, \sum_i q_{i\eta}$ — проекции

вектора плотности потока лучистой энергии \mathbf{q} на оси криволинейной системы координат ξ и η ; $\alpha = 0$ соответствует плоскому, $\alpha = 1$ — осесимметричному случаям течения.

Для получения безразмерного вида рассматриваемых уравнений отнесём все газодинамические переменные, входящие в систему уравнений, к их характерным значениям, а пространственные $\bar{\xi}, \bar{\eta}$ и временную \bar{t} переменные соответственно к характерному размеру L_* и характерному времени t_* . Введём следующие обозначения безразмерных переменных:

$$\begin{aligned}
 t = \frac{U_* \bar{t}}{L_*}; \quad \xi = \frac{\bar{\xi}}{L_*}; \quad \eta = \frac{\bar{\eta}}{L_*}; \quad V_\xi = \frac{\bar{V}_\xi}{V_*}; \quad V_\eta = \frac{\bar{V}_\eta}{V_*}; \quad u = \frac{\bar{u}}{V_*}; \quad v = \frac{\bar{v}}{V_*}; \quad T = \frac{\bar{T}}{T_*}; \quad e = \frac{\bar{e}}{e_*}; \quad \rho = \frac{\bar{\rho}}{\rho_*}; \quad P = \frac{\bar{P}}{P_*}; \quad \mu_\Sigma = \frac{\bar{\mu}_\Sigma}{\mu_*}; \\
 \lambda_\Sigma = \frac{\bar{\lambda}_\Sigma}{\lambda_*}; \quad \gamma = \frac{C_{p*}}{C_{v*}}; \quad q = \frac{\bar{q}}{q_*}; \quad \omega = \frac{\bar{\omega}}{\omega_*}.
 \end{aligned}$$

Для определения пространственно-временного положения контактной границы, отделяющей плазму аблирующего материала преграды от плазмы окружающей среды, используется метод фиктивной примеси. Для этого в систему приведённых уравнений вводится дополнительное уравнение ($\rho_g \in [0, 1]$)

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla \rho_g = 0.$$

Зная ρ_g , мы можем определить границу раздела $\Gamma(t) = \{x, y; \rho_g(r, z, t) = 0\}$, которая разделяет всю расчётную область на две области, каждая из которых соответствует аблирующему материалу преграды или плазме окружающей среды в зависимости от знака функции ρ_g . Полный вариант описания метода расчёта контактной границы и газодинамических параметров вблизи неё приводится в работах [7—9].

Турбулентные коэффициенты вязкости μ_Σ и теплопроводности λ_Σ рассчитываются с привлечением гипотезы Буссинеска, в соответствии с которой эффективная вязкость μ_Σ газового потока определяется по формуле $\mu_\Sigma = \mu_m + \mu_t$, где μ_m — динамический коэффициент вязкости, учитывающий атомно-молекулярные столкновительные процессы, μ_t — коэффициент турбулентной вязкости, для определения которого используется q — ω -модель Кокли. Используя предположение о том, что молекулярное число Прандтля $Pr = 0,72$ и турбулентное число Прандтля $Pr_t = \mu C_p / \lambda_t = 0,9$, можно найти соответствующий коэффициент теплопроводности $\lambda_t = C_p(\mu_m / Pr + \mu_t / Pr_t)$. Уравнения q — ω -модели Кокли в криволинейной системе координат ξ, η могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho q}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho V_\xi q)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho V_\eta q)}{\partial \eta} + \alpha \frac{\rho q u}{r} &= S_q + \frac{\rho q}{2\omega} \left(C_\mu f D - \frac{2}{3} \omega \operatorname{div} \mathbf{V} - \omega^2 \right); \\ \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho V_\xi \omega)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J \rho V_\eta \omega)}{\partial \eta} + \alpha \frac{\rho \omega u}{r} &= S_\omega + \rho \left(C_1 \left(C_\mu D - \frac{2}{3} \omega \operatorname{div} \mathbf{V} \right) - C_2 \omega^2 \right); \\ S_q &= \frac{1}{J} \frac{\partial \left\{ \mu_{\Sigma q} J (\xi_r^2 + \xi_z^2) q_\xi + \mu_{\Sigma q} J (\xi_r \eta_r + \xi_z \eta_z) q_\eta \right\}}{\partial \xi} + \\ &+ \frac{1}{J} \frac{\partial \left\{ \mu_{\Sigma q} J (\eta_r \xi_r + \eta_z \xi_z) q_\xi + \mu_{\Sigma q} J (\eta_r^2 + \eta_z^2) q_\eta \right\}}{\partial \eta} + \alpha \frac{\mu_{\Sigma q}}{r} \left\{ \xi_r \frac{\partial q}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial q}{\partial \eta} \right\}; \\ S_\omega &= \frac{1}{J} \frac{\partial \left\{ \mu_{\Sigma \omega} J (\xi_r^2 + \xi_z^2) \omega_\xi + \mu_{\Sigma \omega} J (\xi_r \eta_r + \xi_z \eta_z) \omega_\eta \right\}}{\partial \xi} + \\ &+ \frac{1}{J} \frac{\partial \left\{ \mu_{\Sigma \omega} J (\eta_r \xi_r + \eta_z \xi_z) \omega_\xi + \mu_{\Sigma \omega} J (\eta_r^2 + \eta_z^2) \omega_\eta \right\}}{\partial \eta} + \alpha \frac{\mu_{\Sigma \omega}}{r} \left\{ \xi_r \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right\}; \end{aligned}$$

$$\mu_{\Sigma q} = \mu_m + \mu_t; \quad \mu_{\Sigma \omega} = \mu_m + 1,3\mu_t; \quad \mu_t = C_\mu f(n) \rho \frac{q^2}{\omega}; \quad C_1 = 0,045 + 0,405 f(n); \quad C_2 = 0,92; \quad C_\mu = 0,09;$$

$$f(n) = 1 - \exp \left(-0,0065 \frac{\rho q n}{\mu_m} \right).$$

Здесь q — «псевдоскорость»; ω — «псевдозавихренность»; $f(n)$ — пристеночная функция, вводимая для того, чтобы модель правильно описывала параметры течения в ламинарном подслое, формирующемся на твёрдых обтекаемых поверхностях; n — расстояние по нормали от рассматриваемой точки к ближайшей поверхности.

В данной работе для расчёта радиационных полей используется уравнение переноса излучения, представленное в виде системы уравнений диффузионного многогруппового приближения:

$$\frac{1}{J} \frac{\partial (J q_{i\xi})}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (J q_{i\eta})}{\partial \eta} + \chi_i c U_i = 4\chi_i \sigma_i T^4; \quad \frac{c}{3} \frac{\partial U_i}{\partial \xi} + \chi_i q_{i\xi} = 0; \quad \frac{c}{3} \frac{\partial U_i}{\partial \eta} + \chi_i q_{i\eta} = 0,$$

где $U_i(y, z, t)$ — плотность лучистой энергии в i -й спектральной группе; χ_i — спектральный коэффициент поглощения. Вместо диффузионного приближения ($D_i = C/3\chi_i$) уравнения переноса излучения в выполненных расчётах используются функции ограничителей потоков [7]: $\lambda(\alpha) = 1/\sqrt{1+\alpha^m}$. Тогда коэффициент диффузии можно представить следующим образом: $D_i = C\lambda/3\chi_i$, где $\alpha = |\nabla U_i|/(3\chi_i U_i)$. При $\alpha \rightarrow \infty$ поток излучения равен $q_i = -D\nabla U_i \rightarrow C U_i$, при $\alpha \rightarrow 0$ поток излучения $q_i = -D\nabla U_i \rightarrow C\nabla U_i/3\chi_i$ равен потоку диффузионного приближения.

Численный метод, используемый для расчёта газодинамической части системы уравнений, основан на нелинейной квазимоноотонной компактно-полиномиальной разностной схеме повышенного порядка точности [11] и пространственном расщеплении уравнений Рейнольдса [12], записанных в произвольной криволинейной системе координат. При этом расчётная сетка и адаптированная криволинейная система

координат создавались с помощью методики, описанной в работе [10]. Пример построения такой расчётной сетки показан на рис. 1.

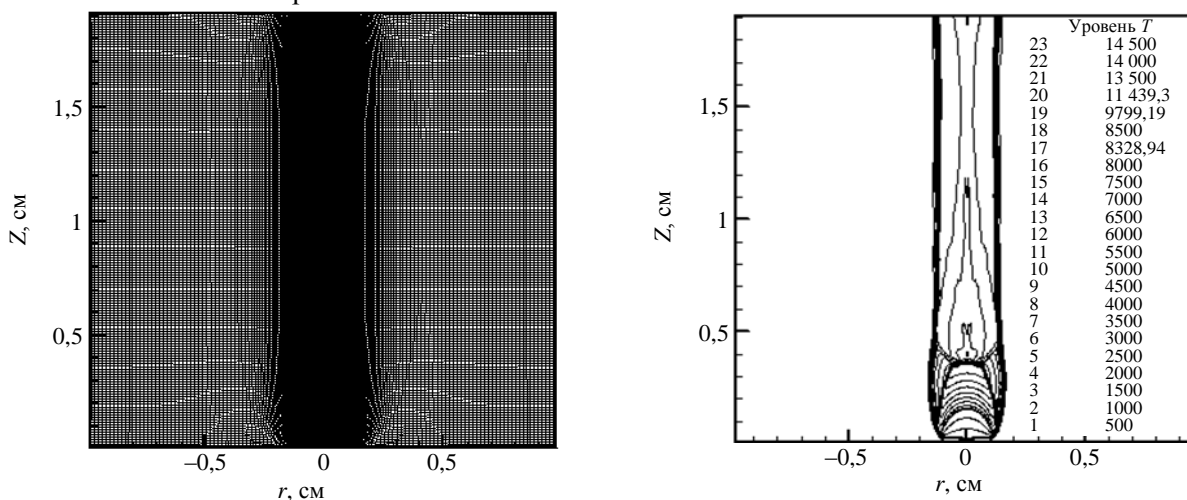


Рис. 1. Расчётная сетка и температурное поле в недорасширенной сверхзвуковой осесимметричной струе, которое используется при построении адаптивной расчётной сетки

При аппроксимации конвективной составляющей векторов потоков на границах расчётной ячейки применялась процедура расчёта распада разрыва, разработанная С.К. Годуновым с использованием реконструкции сеточной функции (внутри расчётной ячейки), которая была взята из работы [11]. Данная модификация метода Годунова позволяет повысить порядок аппроксимации конечно-разностной схемы в гладкой части решения до седьмого. Разработанные вычислительные коды используют многоблочную многосеточную технологию расчётов на неортогональных структурированных сетках. Расчёт входящих в данную систему уравнений термодинамических $e(T, \rho)$, $P(T, \rho)$ и оптических $\chi_i(T, \rho)$ параметров рабочих сред проводился в рамках приближения локального термодинамического равновесия с использованием компьютерной системы ASTEROID, разработанной академиком РАН С.Т. Суржиковым [13, 14].

РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛАЗМЕННОГО ФАКЕЛА КАПИЛЛЯРНОГО РАЗРЯДА

Капиллярный разряд состоит из межэлектродной вставки с осевым отверстием, являющимся рабочим каналом разряда (диаметр капиллярного разряда 1 мм, длина 5 мм). Через стенки капилляра вдувается поток Al-плазмы с параметрами, которые взяты из работ [15, 16]: $T = 35$ кК, $V = 450$ м/с, $P = 41$ МПа, $\gamma = 1,2$. При проведении численных расчётов эти величины переопределяются расчётным путём из условия звукового течения в выходном сечении капиллярного разряда. Значения $q-\omega$ находились из условия, что степень турбулентности во втекающем в расчётную область потоке составляет величину 5%. Окружающей средой являлся воздух при давлении $P_\infty = 1$ атм. и $P_\infty = 25$ атм.

На рис. 2 показано пространственное распределение температуры T (К) в импульсной струе плазмы КРИС в условиях отсутствия воздействия внешнего магнитного поля $B = 0$. Результаты проведённых

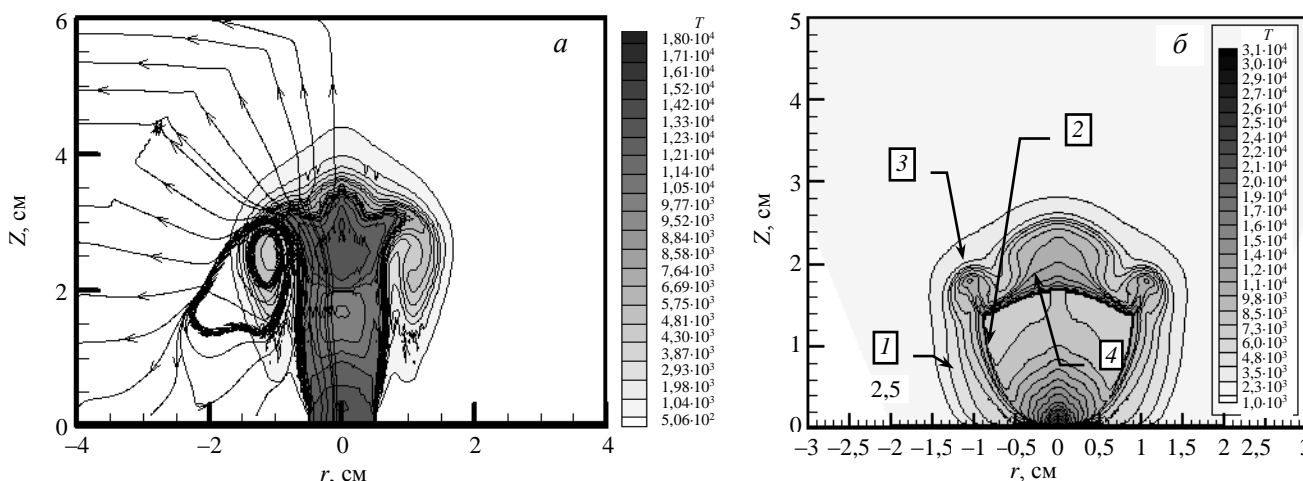


Рис. 2. Распределение температуры T (К) (а) в плазменном факеле капиллярного разряда ($a - t = 62,9$ мкс, $P_\infty = 25$ атм.; б — $t = 12$ мкс, $P_\infty = 1$ атм.): 1 — косая УВ (граница струи); 2 — «висячая» УВ; 3 — отражённая УВ; 4 — центральная УВ (диск Маха)

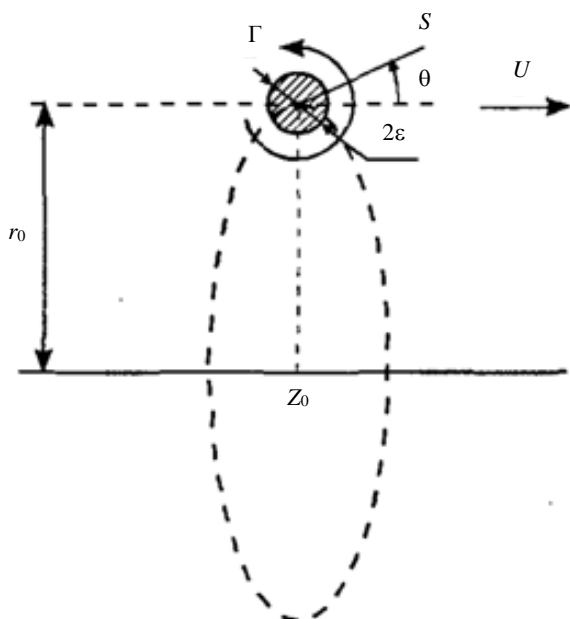


Рис. 3. Система координат для вихревого кольца

сосредоточенных вихрей) в потоке газа может быть вызвана различными причинами: градиентом плазодинамических характеристик вблизи твёрдой стенки, градиентами газодинамических величин при конвективном движении газовой среды, градиентами теплофизических величин, которые появляются при различных по физической природе воздействиях на поток газа (акустических, плазменных или энергоподводом) [18].

Для объяснения вихревого характера течения в следе примем, что скорость движения самоиндуцированного вихревого кольца (см. рис. 3) с циркуляцией Γ , радиусом r_0 и радиусом ядра ε можно представить с помощью формулы [19]

$$V_{\text{хар}} = \frac{\Gamma}{4\pi r_0} \left(\ln \left(\frac{8r_0}{\varepsilon} \right) - \frac{1}{2} \right) = \frac{\Omega_{\text{хар}} \varepsilon^2}{4r_0} \left(\ln \left(\frac{8r_0}{\varepsilon} \right) - \frac{1}{2} \right); \quad \Omega_{\text{хар}} \approx \frac{\Gamma}{\pi \varepsilon^2}.$$

Для получения выражения для завихренности $\mathbf{\Omega} = \text{rot}(\mathbf{V})$ применим аналогично работе [18] операцию ротор $\text{rot}(\mathbf{V})$ к уравнению Навье—Стокса (считая кинематическую вязкость $\nu = \text{const}$), в котором дополнительно учитываются электрическое и магнитное поля:

$$\frac{\partial \mathbf{\Omega}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{\Omega} = \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times \left(\nabla P - \frac{1}{c} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}] \right) + \nu \Delta \mathbf{\Omega} + \frac{1}{\rho} \nabla \rho^* \times \mathbf{E} - \frac{\rho^*}{\rho^2} \nabla \rho \times \mathbf{E},$$

где $\mathbf{\Omega} = \text{rot}(\mathbf{V})$ — вектор завихренности потока; ρ , \mathbf{V} — плотность и вектор скорости потока; \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{j} — вектор напряжённости электрического, магнитного поля и плотности тока, $\rho^* = e \sum_k Z_k n_k$ — пространственный заряд.

Здесь отметим, что согласно оценке, выполненной в работе [18], членом $\left| \frac{1}{\rho} \nabla \rho^* \times \mathbf{E} \right|$, а также членом

$\left| \frac{1}{\rho} \nabla \rho \times \mathbf{E} \right|$ можно пренебречь. Тогда выражение для завихренности $\mathbf{\Omega} = \text{rot}(\mathbf{V})$ примет более простой вид

$$\frac{\partial \mathbf{\Omega}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{\Omega} = \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times \left(\nabla P - \frac{1}{c} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}] \right) + \nu \Delta \mathbf{\Omega}.$$

Из данного выражения следует:

— тороидальное вихревое кольцо может возникнуть при $\nabla \rho \times \left(\nabla P - \frac{1}{c} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}] \right) \neq 0$;

расчётов факела эрозионной плазменной струи капиллярного разряда соответствуют течению недорасширенной струи со «стандартной» структурой ударных волн (УВ) [17]. Особенностью динамики факела капиллярного разряда является течение в области тройной конфигурации УВ. Здесь за диском Маха в последующие моменты времени образуется вихревой след — тороидальное вихревое кольцо (рис. 3).

На рис. 2, а показано распределение температуры в факеле КРИС без внешнего магнитного поля. Отметим, что в данной ситуации ($P_\infty = 25$ атм.) в области смешения струи и окружающей газовой среды формируются тороидальная, долгоживущая, вихревая структуры, максимальное значение температуры в струе КРИС находится на уровне $T_{\text{max}} \approx 18$ кК, число Маха $M \approx 1—24$, давление на уровне $P_\infty \approx 10$ атм.

В общем случае вихревая система (система

— условие образования тороидального вихря (вихрь не образуется, если $\nabla P \approx \frac{1}{c}[\mathbf{j} \times \mathbf{H}]$) при нали-

$$\text{чии внешнего магнитного поля } t_{\text{вихр}} \approx \frac{\Omega_* \rho_* \varepsilon^2}{\left| P_* \mp \frac{H_*^2}{8\pi} \right|} < \min \left(t_{\text{конв}} \approx \frac{L_*}{V_*}, t_{\text{дифф}} \approx \frac{r_0^2}{\nu} \right).$$

Для иллюстрации возможности подавления вихревого следа были выполнены дополнительные расчёты импульсной струи плазмы КРИС в условиях воздействия внешнего магнитного поля $B \neq 0$ (рис. 4, а, б; $\text{sign}(\nabla P) \neq \text{sign}[\mathbf{j} \times \mathbf{H}]$).

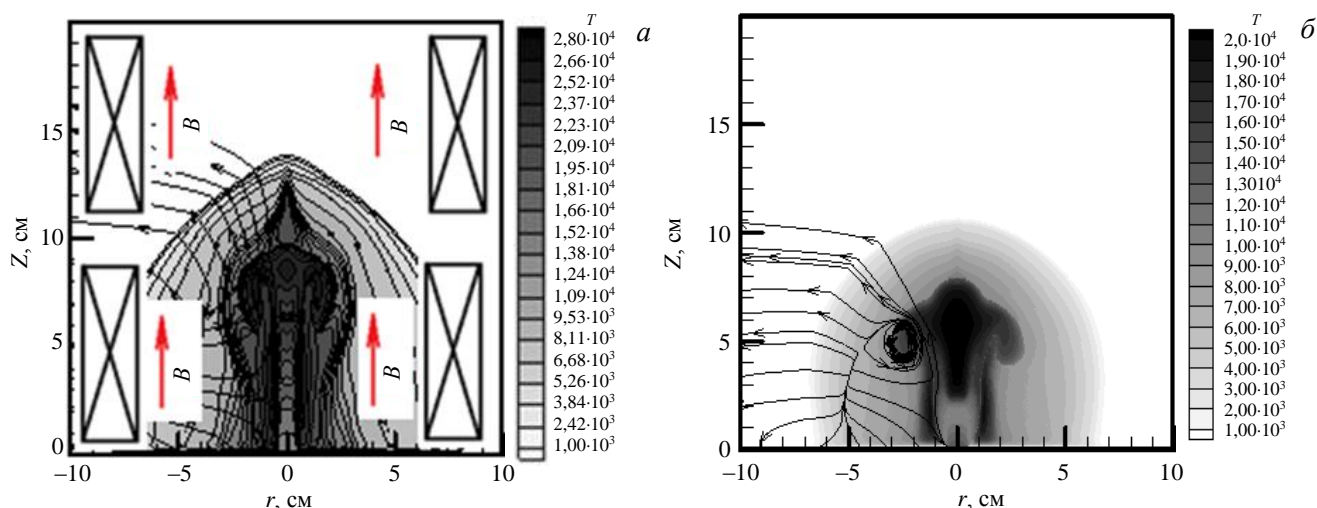


Рис. 4. Пространственное распределение температуры T (К) ($P_\infty = 1$ атм.) в импульсной струе плазмы при наличии внешнего магнитного поля $B = 2,5$ Тл (а) и $B = 1,58$ Тл (б) на момент времени $t = 46,9$ мкс

Из рис. 4 следует, что воздействие внешнего магнитного поля B в основном затрагивает высокотемпературную (близкую к оси) часть импульсной струи плазмы одиночного КРИС, а также вихревой след в области тройной конфигурации УВ. Наиболее заметное влияние магнитное давление оказывает на нагретую осевую часть струи КРИС, которая в этом случае ограничена по радиальной координате. В этой пространственной зоне число Маха близко к единице, а газодинамическое давление находится на уровне сотни атмосфер.

При этом из пространственного распределения (см. рис. 4, а) температуры T (К) ($B = 2,5$ Тл или $P_{\text{маг}} = 25$ атм.) видно, что тороидальное вихревое кольцо не возникает, хотя на границе струи—окружающая среда созданы необходимые условия для его возникновения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана математическая модель, описывающая истечение в затопленное пространство импульсной струи КРИС, основанная на уравнениях радиационной плазмодинамики, которые записаны в произвольных криволинейных координатах. Произведены расчёты всех основных газодинамических, излучательных параметров плазменного факела КРИС без магнитного поля и с учётом воздействия внешнего магнитного поля.

Результаты исследования были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России № 13.5240.2017/8.9.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Войтенко Н.В., Юдин А.С., Кузнецова Н.С., Крастелев Е.Г. — Ядерная физика и инжиниринг, 2015, т. 6, с. 616—621; Voitenko N.V., Yudin A.S., Kuznetsova N.S., Krastelev E.G. — Physics of Atomic Nuclei, 2016, vol. 79, p. 1632.
2. Огурцова Н.Н., Подмошенский И.В., Шелемина В.М. Влияние скорости испарения материала стенки на свойства плазмы капиллярного разряда. — ТВТ, 1974, т. 12, № 1, с. 5.

3. Демидов М.И., Огурцова Н.Н., Подмошенский И.В. и др. Малогабаритный плазменный стандарт яркости для скоростной спектроскопии. — Журн. прикл. спектр., 1975, т. 23, № 5, с. 931.
4. Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. — Problems of Atomic Science and Technology, 2013, № 4 (86), p. 103—107.
5. Демидов М.И., Огурцова Н.Н., Подмошенский И.В. Импульсный источник света с излучением, подобным излучению абсолютно черного тела при температуре 40 000 К. — Оптико-механическая промышленность, 1960, № 1, с. 1.
6. Ершов А.П., Колесников Е.Б., Тимофеев И.Б., Черников В.А., Чувашев С.Н., Шибков В.М. Взаимодействие плазменной струи капиллярного разряда с поперечным потоком воздуха. — ТВТ, 2007, т. 45, № 5, с. 646.
7. Olson G.L. — J. of Computational Physics, 2007, vol. 226, p. 1181.
8. Osher S., Fedkiw R.P. Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces. — New York: Springer-Verlag, 2002.
9. Hu X.Y., Khoo B.C., Adams N.A., Huang F.L. — J. Comput. Phys., 2006, vol. 219, p. 553—578.
10. Кузенов В.В. Построение регулярных адаптивных сеток в пространственных областях с криволинейными границами. — Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Машиностроение», 2008, № 1, с. 3—11.
11. Кузенов В.В., Рыжков С.В. — Математическое моделирование, 2017, т. 29, с. 19—32; Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. — Mathematical Models and Computer Simulations, 2018, vol. 10, p. 255—264.
12. Кузенов В.В., Лебо А.И., Лебо И.Г., Рыжков С.В. Физико-математические модели и методы расчета воздействия мощных лазерных и плазменных импульсов на конденсированные и газовые среды. 2-е изд. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 328 с.; Kuzenov V.V., Lebo A.I., Lebo I.G., Ryzhkov S.V. Physical and Mathematical Models and Methods of Calculation for Interaction of Intensive Laser and Plasma Pulses with Condensed and Gas Environments. 2nd ed. — Moscow: Bauman Moscow State Technical University, 2017 (in Russian).
13. Surzhikov S.T. — In: Proc. 1st Intern. Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry. ESA, 2003, p. 533.
14. Суржииков С.Т. Тепловое излучение газов и плазмы. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 543 с.
15. Кузенов В.В., Рыжков С.В. — Прикладная физика, 2015, № 2, с. 37—44; Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. — Applied Physics, 2015, vol. 2, p. 37.
16. Кузенов В.В., Рыжков С.В. — Известия РАН. Серия Физическая, 2016, т. 80, № 5, с. 659—663; Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. — Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics, 2016, vol. 80, p. 598—602.
17. Дулов В.Г., Лукьянов Г.А. Газодинамика процессов истечения. — Новосибирск: Наука, 1984. 235 с.; Dulov V.G., Lukyanov G.A. Gasdynamics of the Outflow Processes. — Moscow: Nauka, 1984 (in Russian).
18. Сон Э.Е., Терешонок Д.В. Управление сверхзвуковым потоком газа тепловыми вихрями. — ТВТ, 2010, т. 48, с. 3—8.
19. Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. — Новосибирск: Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе, 2003. 503 с.



Виктор Витальевич Кузенов, к. техн. н., доцент, в.н.с.; Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, 127055 Москва, Суцневская ул. 22, Россия



Павел Александрович Фролко, аспирант; Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 105005 Москва, ул. 2-я Бауманская 5, Россия



Вячеслав Витальевич Шумаев, аспирант; Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 105005 Москва, ул. 2-я Бауманская 5, Россия
chubchic@gmail.com

Статья поступила в редакцию 7 ноября 2017 г.
Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Термоядерный синтез, 2018, т. 41, вып. 2, с. 105—112.