УДК 533.9.08, 621.039.6

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ДИАГНОСТИКИ ТОКАМАКА Т-15

И.В. Зотов¹, А.Г. Белов¹, Д.Ю. Сычугов¹, В.Э. Лукаш², Р.Р. Хайрутдинов³

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

²НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия

³ГНЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований, Троицк, Москва, Россия

В настоящее время проводится модернизация токамака T-15. Одной из задач исследований на T-15 является получение разрядов с вытянутым поперечным сечением плазмы, окружённым сепаратрисой. Присутствие на сепаратрисе X-точки, где магнитное поле обращается в ноль, позволяет использовать данную конфигурацию для создания дивертора — устройства для вывода из плазмы примесей и продуктов реакции. Для оптимизации дивертора и контроля плазмы предполагается в каждый момент разряда проводить реконструкцию границы плазменного шнура. Достоверность такой реконструкции зависит от влияния различных факторов на сигналы электромагнитной диагностики. В работе на основе одного из возможных сценариев разряда в T-15 проведено исследование точности реконструкции границы плазмы и профиля тока в зависимости от погрешности измерений и прочих факторов. Рассматривается задача определения границы плазмы на лимитерной и диверторной стадиях разряда, исследуется влияние распределения тока на сигналы в магнитных датчиках. Так как подобная задача является некорректной, изучается вопрос о выборе параметра регуляризации, в частности, когда погрешность измерений неизвестна. Входными данными задачи являются число магнитных датчиков и их расположение, а также погрешность измерения ими магнитных полей. Исследуется точность восстановления границы плазмы в целом и X-точки сепаратрисы отдельно в зависимости от погрешности измерений и количества датчиков. Моделирование сценария разряда проводилось с помощью кодов TOKAMEQ и DINA. Обратные задачи МГД-равновесия решались на основе кода RPB (Reconstruction of Plasma Boundary).

Ключевые слова: токамак Т-15, обратная задача МГД-равновесия, электромагнитная диагностика, граница плазмы, профиль тока.

NUMERICAL SIMULATION OF ELECTROMAGNETIC DIAGNOSTICS SYSTEM OF THE TOKAMAK T-15

I.V. Zotov¹, A.G. Belov¹, D.Yu. Sychugov¹, V.E. Lukash², R.R. Khayrutdinov³

¹Lomonosov Moscow State University, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Moscow, Russia ²NRC «Kurchatov Institute», Moscow, Russia

³State Research Center of RF Troitsk Institute for Innovation & Fusion Research, Troitsk, Moscow, Russia

The T-15 Tokamak is now under modernisation. One of the objectives of research in the T-15 is obtaining a discharge with an elongated cross-section of the plasma, surrounded with a separatrix. The presence of X-point on the separatrix, where the magnetic field vanishes, allows to create a divertor—the device for removal of plasma impurities and reaction products. In order to optimize and control the divertor plasma is expected at every moment of the discharge to carry out the reconstruction of the plasma boundary. Reliability of this reconstruction depends on the influence of various factors on the electromagnetic signals of diagnostics. In this paper on the basis of one of the possible scenarios discharge in the T-15 we are interested in the plasma boundary reconstruction accuracy and current profile according to the measurement error and other factors. The problem of determining the plasma boundary on the limiter and divertor discharge stage is studied, examines the impact of the plasma current density at the signals of the magnetic sensors. As this problem is illposed, we study choosing the regularization parameter, in particular for the case when the measurement error is unknown. The problem input data are the number of magnetic sensors and their location and the accuracy of the magnetic fields measurement error and the number of sensors. The simulation of scenario discharge was conducted by TOKAMEQ and DINA numerical modules. Inverse MHD-equilibrium problems were solved using RPB code (Reconstruction of Plasma Boundary).

Key words: tokamak T-15, inverse MHD equilibrium problem, electromagnetic diagnostics, plasma boundary, current profile distribution.

введение

В настоящее время осуществляется модернизация токамака T-15, направленная на создание установки с диверторной магнитной конфигурацией плазмы. Основные параметры плазмы в модернизируемой установке T-15:

Большой радиус плазмы R, м	1,2—1,5
Малый радиус плазмы а, м	0,4—0,65
Аспектное отношение	~2,3
Вытянутость сечения k ₉₅	1,0—1,7
Треугольность, средняя	-0,020,4
Вертикальный сдвиг оси Zaxis	0—0,1
Полный ток I _p , MA	0,15—1,1
Полоидальная бэта _{Вр}	0,2-0,35
Внутренняя индуктивность, <i>l</i> _i	0,5—1
	Большой радиус плазмы R, м Малый радиус плазмы a, м Аспектное отношение Вытянутость сечения k ₉₅ Треугольность, средняя Вертикальный сдвиг оси Z _{axis} Полный ток I _p , MA Внутренняя индуктивность, l _i

Сейчас наиболее важными проблемами являются разработка и анализ омического сценария разряда. По одному из вариантов такого сценария [1—2] пробой осуществляется на внутренней стенке камеры со следующими параметрами плазмы: R = 1,2 м, a = 0,4 м, $k_{95} = 1,02$, $Z_{axis} = 0$ м. Затем одновременно с увеличением тока в плазме плазменный шнур увеличивается в объёме и сдвигается в центр камеры по горизонтали, при этом магнитная ось смещается вверх по вертикали ($R = 1,2 \rightarrow 1,5$ м, $a = 0,4 \rightarrow 0,65$ м, $k_{95} = 1 \rightarrow 1,7$, $Z_{axis} = 0 \rightarrow 0,1$ м).

В конце стадии подъёма тока происходит переход от лимитерной к диверторной конфигурации плазмы. На рис. 1 показана динамика во времени основных физических параметров плазменной конфигурации — полного тока, β_p, малого и большого радиусов, положения магнитной оси по Z, вытянутости поперечного сечения.



Рис. 1. Временная эволюция основных физических параметров разряда в T-15: полного тока плазмы $I_p(a)$; $\beta_p(\delta)$; смещения магнитной оси по вертикали $Z_{\text{magaxis}}(\theta)$; малого радиуса плазмы a(z); положения центра плазмы по $r(\partial)$; вытянутости поперечного сечения $k_{95}(e)$; • — выделенные моменты времени t = 295, 745, 1445, 2745 мс

Особое внимание при этом уделялось контролю вертикального положения плазмы. Это связано с тем фактом, что большое значение вытянутости плазмы $k_{95} = 1,7$ превышает значение $k_{95} = 1,2$ —1,3, которое является нейтрально устойчивым по отношению к вертикальному смещению шнура как целого при заданном аспектном отношении. Для улучшения точности и надёжности моделирования базового сценария для T-15 такие расчёты были проведены по различным компьютерным кодам. Так, в дополнение к коду DINA [3] расчёты опорных точек базового сценария [2] были выполнены с помощью кода TOKAMEQ [4]. Обратные задачи МГД-равновесия решались на основе вычислительного кода RPB [5].

СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ДИАГНОСТИКИ МОДЕРНИЗИРОВАННОЙ УСТАНОВКИ Т-15

Внутри вакуумной камеры (ВК) под защитной облицовкой располагаются два комплекта из 30 двухкомпонентных датчиков формы внешней магнитной поверхности (в разных меридиональных сечениях). Второй комплект используется для повышения надёжности работы системы в целом. Датчики расположены в полоидальном сечении ВК равномерно по обходу. Каждый датчик состоит из двух ортогональных обмоток (для измерения двух компонентов магнитного поля — нормального и тангенциального по отношению к контуру камеры). Кроме того, имеются два комплекта из шести двухкомпонентных датчиков, аналогичных датчикам формы внешней магнитной поверхности и расположенных в полоидальном сечении дивертора. Эти датчики расположены в тех же сечениях, что и основные комплекты датчиков формы. Кроме того, имеются отдельно комплекты поясов Роговского для измерения тока в плазме, витках пассивной стабилизации, гало-токов, замыкающихся между элементами конструкции дивертора. Имеется комплект из 21-секторной петли для измерения распределения полоидального магнитного потока. Точность установки датчиков и петель на поверхности ВК составляет 5 мм. Датчики обеспечивают измерение магнитных полей с точностью 1—2% с частотами до 10 кГц. Размещение датчиков электромагнитной диагностики в полоидальном сечении вакуумной камеры показано на рис. 2.



Рис. 2. Полоидальное сечение вакуумной камеры: камера (----—). датчики формы внешней поверхности (■), диафрагма (----). Внутри камеры показаны диверторные пластины и элементы пассивной стабилизации. Разноцветные линии — магнитные поверхности ψ = const для моментов времени t = 295 мс (*a*), 745 мс (б); для различных двухнулевых конфигураций на стационарной стадии, t = 2500 мс: Х-точка слева (в) и справа (г); лля различных однонулевых конфигураций на стационарной стадии, t = 2500 мс: Х-точка слева (д) и справа (е). Синим цветом внутри камеры выделена граница плазмы

ПОСТАНОВКА ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧ МГД-РАВНОВЕСИЯ ПЛАЗМЫ

Прямая задача МГД-равновесия тороидальной аксиально-симметричной плазмы во внешних полях описывается следующей задачей для двумерного эллиптического уравнения Грэда—Шафранова в не-ограниченной области:

ſ

$$\Delta^{*} \Psi \equiv r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^{2} \Psi}{\partial z^{2}} = \begin{cases} -rj_{\varphi}(r, \Psi), (r, z) \in \Omega_{pl}, \\ 0, (r, z) \in \Omega_{V}; \\ -\sum_{k=1}^{m} I_{k}^{ext} \delta(r - r_{k}, z - z_{k}), (r, z) \in \Omega_{ext}; \end{cases}$$
(1)
$$\Psi \Big|_{r=0} = 0, \lim_{(r, z) \to \infty} \Psi(r, z) = 0,$$

где $\psi(r, z)$ — поток полоидального магнитного поля; $j_{\varphi}(r, \psi)$ — тороидальный ток в плазме; I_k^{ext} — внешние управляющие токи в количестве m; $\delta(r, z)$ — двумерная дельта-функция; Ω_{pl} — область плазмы, ограниченной контуром Γ_{pl} ; Ω_V — вакуумная область вне области плазмы; Ω_{ext} — область за пределами вакуумной камеры. В качестве определяемой неизвестной границы Γ_{pl} выступает линия уровня функции $\psi(r, z)$, проходящая через заданную точку (r_0, z_0) области Ω_V . В качестве (r_0, z_0) принимается либо X-точка сепаратрисы (r_s, z_s) , где градиент $\nabla \psi(r_s, z_s) = 0$, либо точка касания (r_0, z_0) диафрагмы Γ_d , определяемая условием $\psi(r_0, z_0) = \max_{(r,z)\in\Gamma_d} \psi(r, z)$.

Задача реконструкции границы плазмы формулируется как обратная задача МГД-равновесия и описывается однородным уравнением Грэда—Шафранова в кольцевой области с дополнительным условием Коши на её внешней стороне (контуре измерения L), в качестве внутренней стороны кольца выступает граница плазмы Γ_{pl} :

$$\Delta^* \Psi = 0, (r, z) \in \Omega_V;$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n}\Big|_L = F_1, \frac{\partial \Psi}{\partial \tau}\Big|_L = F_2, \Psi\Big|_L = F_3,$$
(2)

здесь F₁, F₂, F₃ — измерения двух компонентов магнитного поля и потока на контуре L.

Методы решения такой некорректно поставленной задачи основываются на следующих подходах: разложение по тороидальным гармоникам [6], использование филаментов (точечных или распределённых, подвижных или стационарных) [7—10], решение интегральных уравнений [5, 11, 12]. В настоящей работе применяется метод, основанный на интегральных уравнениях, который ранее применялся при моделировании системы магнитной диагностики установки КТМ (Казахстан) [11]. Решение задачи (2) находится в виде суммы двух потенциалов простого слоя [5] и, используя граничные условия из (2), формулируется система интегральных уравнений Фредгольма первого рода. Для решения полученной системы применяется метод регуляризации А.Н. Тихонова [13] Для этого минимизируется функционал невязки следующего вида:

$$J(\mathbf{v}_{1},\mathbf{v}_{2}) = \sum_{i=1}^{N} p_{i} \left(B_{\tau i} - \tilde{B}_{\tau i} \right)^{2} + \sum_{i=1}^{N} q_{i} \left(B_{n i} - \tilde{B}_{n i} \right)^{2} + \sum_{i=1}^{N_{p}} r_{i} \left(\psi_{i} - \tilde{\psi}_{i} \right)^{2} + \alpha \left(\left\| v_{1} \right\|_{W_{2}^{1}}^{2} + \left\| v_{2} \right\|_{W_{2}^{1}}^{2} \right) \rightarrow \min_{v_{1}, v_{2}},$$
(3)

где N, N_p — количество точек наблюдения поля и потока соответственно; p_i, q_i, r_i — веса, с которыми показания датчиков и петель входят в функционал (в частности, если датчики измеряют только касательный компонент поля и отсутствуют петли, то $p_i = 1, q_i = 0, r_i = 0$); B_{τ}, B_n — компоненты магнитного поля; α — параметр регуляризации; $v_i, i = 1, 2$ — плотности потенциалов. Используется регуляризация первого порядка, т.е. в функционале невязки (3) для задания стабилизатора используется норма в пространстве W_2^1 .

Вторым этапом после решения задачи определения неизвестной границы плазмы является задача нахождения распределения электрического тока в плазме. Она формулируется как задача определения нелинейной правой части уравнения Грэда—Шафранова по условию Коши на границе плазмы:

$$\Delta^* \Psi = -rj_{\varphi}(r, \Psi), \ (r, z) \in \Omega_{\text{pl}};$$

$$\Psi \Big|_{\Gamma_{\text{pl}}} = \Psi_p, \ \frac{\partial \Psi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{\text{pl}}} = F_4.$$
(4)

Требуется определить неизвестные функции ψ , $j_{\varphi}(r, \psi)$, где $j_{\varphi}(r, \psi) = r \frac{dp}{d\psi}(\psi) + \frac{1}{r} f \frac{df}{d\psi}(\psi)$ — распре-

деление тороидального электрического тока плазмы, выражаемое через $p(\psi)$ — газокинетическое давление и $j_{\varphi}(r, \psi)$ — тороидальное магнитное поле; F_4 — тангенциальное магнитное поле, восстановленное из решения задачи определения границы.

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ РЕКОНСТРУКЦИИ ГРАНИЦЫ ПЛАЗМЫ

Прежде всего мы анализировали влияние точности измерений магнитных полей и общего количества сенсоров на результат восстановления границы. Для этого МГД-равновесные конфигурации плазмы для отдельных моментов времени сценария разряда моделировались с помощью кода TOKAMEQ. Геометрия катушек, значения внешних полоидальных токов и параметры плазмы соответствовали базовому омическому сценарию разряда. Далее рассчитанный поток полоидального поля использовался для задания сигналов на датчиках. Для того чтобы смоделировать неточность установки датчиков, а также ошибки измерений, дополнительно вносились возмущения в эти сигналы с помощью случайных величин:

$$B_r^{\delta} = B_r + 2\delta_1(0, 5-\xi); \quad B_z^{\delta} = B_z + 2\delta_2(0, 5-\eta),$$

где ξ , η — равномерно распределённые на [0,1] случайные величины. Величины δ_1 , δ_2 выбирались в соответствии с заданной относительной величиной ошибки измерений полей B_r и B_z .

Эти возмущённые данные использовались как исходные для задачи реконструкции. Разность между исходно заданными и реконструированными геометрическими характеристиками плазмы даёт возможность проанализировать точность восстановления границы. Мы выбрали несколько точек сценария t = 295, 745, 1445 и 2745 мс, которые соответствовали эволюции разряда от начальной стадии инициализации и подъёма тока до выхода на стационар. Табл. 1 иллюстрирует параметры плазмы для выбранных моментов времени. Более подробно временная эволюция параметров плазмы показана на рис. 1, a-e. Наши численные эксперименты были основаны на требованиях по точности определения границы плазмы: ~1 см для X-точки сепаратрисы и 0,5—1 см для границы в целом. Для равновесия соответствующего моменту времени t = 745 мс, точность определения положения X-точки сепаратрисы r_s , $z_s = 1,083$, -1,028 может быть оценена в зависимости от погрешности измерений из табл. 2 a. Видно, что в стационарной стадии разряда ошибка составляет около 1— 2 см. Эффект от сокращения числа датчиков с 36 до 30 иллюстрируется в табл. 2, δ . Эти результаты получены при фиксированном значении параметра регуляризации α , полученном на основе квазиоптимального метода.

Таблица 1.	Параметры плазмы	для выбранных моменто	в времени сценария	разряд
------------	------------------	-----------------------	--------------------	--------

		-		
<i>t</i> , MC	295	745	1445	2745
<i>R</i> , м	1,43	1,44	1,48	1,49
а, м	0,65	0,66	0,68	0,68
k_{95}	1,23	1,41	1,53	1,73
$\Delta_{ m aver}$	-0,02	0,4	0,23	0,21
Zaxis, M	0,0	0,13	0,1	0,05
<i>I</i> _p , MA	0,27	0,68	1,09	0,91
β _p	0,3	0,2	0,2	0,26
li	0,7	0,79	0,9	0,8
rs, Zs	_	1,023, -1,028	1,13, -1,23	1,15, -1,32

Таблица2. Точность	определения Х-точки	сепаратрисы для м	ломента времени 745 мс
в зависимос	ти от погрешности изм	иерений и количес	гва латчиков

_						
δ, %	1	2	3	5	7	
<i>а</i>) 36 датчиков:						
r_s , M	1,059	1,061	1,062	1,065	1,067	
z_s , M	-1,017	-1,019	-1,022	-1,026	-1,030	
<i>б</i>) 30 датчиков:						
r_s , M	1,087	1,097	1,102	1,102	1,105	
Zs, M	-1,027	-1,029	-1,030	-1,030	-1,031	

Для эффективной работы дивертора необходимо, чтобы «усы» сепаратрисы упирались в диверторный стол. Обсудим, какая точность измерений требуется для эффективного контроля положения «усов». Моделирование контроля «усов» сепаратрисы проводилось для стационарных режимов равновесия с улучшенными характеристиками, опубликованными в [14, 15]. На рис. 3—7 показана реконструкция граничной поверхности плазмы для различных моментов времени и различного уровня погрешности исходных данных (t = 745 мс, t = 1445 мс и t = 2745 мс, $\delta = 1, 5, 7\%$). Видно, что для указанных моментов времени в диапазоне уровня ошибок 1—7% имеется хорошее соответствие между реальной и реконструированной сепаратрисой. Это означает, что уровень погрешности измерений поля менее 7% позволяет эффективно контролировать сепаратрису в течение всего разряда.



Рис. 3. Момент времени t = 745 мс, погрешность измерений $\delta = 7\%$: ... точная граница Γ_{pl} ; — реконструированная; --- — диафрагма

1,5

1

0,5

0

-0,5

-1

-1.5

-2

0,5





Рис. 5. Момент времени t = 2500 мс, погрешность измерений $\delta = 1\%$: двухнулевая конфигурация плазмы; *X*-точка справа; — точная граница; — восстановленная (нижняя *X*-точка); — восстановленная (верхняя *X*-точка)



Рис. 6. Момент времени *t* = 2500 мс, погрешность измерений δ = 1%: однонулевая конфигурация плазмы; *X*-точка слева; — точная граница; — восстановленная

1,5

2

2,5

Рис. 7. Момент времени *t* = 2500 мс, погрешность измерений δ = 1%: однонулевая конфигурация плазмы; *X*-точка справа; — точная граница; — восстановленная

ВЫБОР ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ В ЗАДАЧЕ РЕКОНСТРУКЦИИ ГРАНИЦЫ ПЛАЗМЫ

Задача определения границы плазмы (2) является некорректно поставленной, так как она не обладает устойчивостью к малым возмущениям исходных данных (погрешности измерений магнитных полей). Для регуляризации решения применяется метод А.Н. Тихонова. Однако в классическом методе регуляризации А.Н. Тихонова [13] выбор параметра регуляризации осуществляется по методу невязки с учётом известного уровня погрешности измерений. Результат такого выбора существенно зависит от величины задаваемой погрешности. В условиях, когда данная погрешность неизвестна, а в эксперименте это именно так, необходимо применять другие методы. Одним из таких методов является квазиоптимальный метод. В этом случае решение находится при различных α , и далее выбор α происходит исходя из следующего критерия: $\min_{\alpha>0} \|\alpha dz/d\alpha\|$. На рис. 8 показан выбор параметра регуляризации α на основе ква-

зиоптимального метода. На этом рисунке представлена зависимость величины $\|\alpha dz/d\alpha\|$ в норме пространства L_2 от величины α (в логарифмическом масштабе) при различном уровне погрешности δ . Стрелками отмечены значения α , полученные из условия $\alpha_0 = \min_{\alpha>0} \|\Gamma - \tilde{\Gamma}\|$, где Γ — точная граница, $\tilde{\Gamma}$ — восстановленная. Здесь в качестве точного решения используется граница, полученная из прямой задачи равновесия, а в качестве меры соответствия двух границ — следующая норма:

$$\left\|\Gamma - \widetilde{\Gamma}\right\| = \max_{0 \le \theta \le 2\pi} \sqrt{\left(r(\theta) - \widetilde{r}(\theta)\right)^2 + \left(z(\theta) - \widetilde{z}(\theta)\right)^2}.$$

Здесь θ — полоидальный угол; точки $r(\theta)$, $z(\theta)$ и $\tilde{r}(\theta)$, $\tilde{z}(\theta)$ соответствуют Γ и $\tilde{\Gamma}$, т.е. α_0 является наилучшим значением параметра регуляризации. Видно, что квазиоптимальный метод даёт хорошие результаты, так как минимум обеих функций ($\delta = 1$ и 7%) и стрелки, обозначающие наилучшее значение α_0 , близки между собой. Эти результаты представлены для равновесной конфигурации, соответствующей моменту времени t = 745 мс.



Рис. 8. Квазиоптимальный выбор параметра регуляризации α . Зависимость функции $\|\alpha dz/d\alpha\|_{L_2}$ от параметра регуляризации для момента времени t = 745 мс для разных относительных ошибок измерений δ : стрелки — наилучшее значение α_0 , отвечающее значения $\delta = 1\%$ (---) и 7% (---)

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОФИЛЯ ТОКА НА ОСНОВЕ МАГНИТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

После того, как граница плазмы определена, встаёт вопрос о нахождении распределения плотности тороидального тока внутри плазмы. Данная задача (4) также является некорректной (в смысле устойчивости решения по отношению к малым изменениям исходных данных). Более того, задача имеет вырождение при увеличении аспектного отношения A. Например, в круглом цилиндре (при $A \rightarrow \infty$) функция $F_4 = \text{const}$, что не позволяет находить j_{φ} . Изучению обратной задачи по определению профиля тока на основе магнитных измерений посвящён целый ряд работ. Исследования проводятся как в направлении разработки эффективного вычислительного алгоритма [5—10, 12, 16], так и в теоретическом направлении — например, доказательства теорем единственности в приближении цилиндрической геометрии [17]. В рамках модели тороидальной геометрии таких теорем нет. Более того, приводятся примеры интегрально неразличимых конфигураций [6, 18], что подтверждает сложность задачи. Для конкретной установки прежде всего важно определить предел точности магнитных измерений $\delta(\varepsilon)$, при превышении ко-

торого невозможно различить два профиля, отличающихся на заданную величину є [19, 20]. Результат зависит как от параметров измерительной системы — количества зондов, их расположения, точности измерений, так и от планируемого сценария разряда. С этой целью для анализа возможности определения тока внутри плазмы только по данным магнитных измерений была проанализирована разность в магнитных сигналах на датчиках системы электромагнитных измерений в зависимости от профиля тока. Для этого было выбрано следующее модельное распределение тока [19]:

$$j_{\varphi}(r, \psi) = \lambda(\beta_{\rm p} r/R + (1 - \beta_{\rm p})R/r)g(x); g(x) = x^{\alpha}(1 - \gamma x^{\alpha}); x = (\psi - \psi_{\rm p})/(\psi_{\rm max} - \psi_{\rm p})$$

где $\alpha, \gamma \in [0,1]$. Здесь параметр λ выбирается из условия нормировки профиля тока на полный ток плазмы. Величина *x* представляет собой нормированный поток магнитного поля. Параметр α характеризует степень пикированности тока. Различные значения параметра γ позволяют моделировать как выпуклые ($\gamma = 0$), так и немонотонные или скинированные ($0 < \gamma \le 1$) профили тока, характерные для омического сценария и сценария с дополнительным нагревом.

В качестве меры различия двух профилей тока может служить следующая норма:

$$\varepsilon = \left\| j_{\varphi}^{0} - j_{\varphi}^{\gamma} \right\|_{C} / \max_{\gamma \in [0,1]} \left\| j_{\varphi}^{\gamma} \right\|_{C}.$$

Здесь j_{ϕ}^{0} — выпуклый профиль, соответствующий $\gamma = 0$, профиль j_{ϕ}^{γ} при различных значениях γ соответствует немонотонному случаю (чем ближе γ к 1, тем больше провал вблизи магнитной оси). Разность в магнитных сигналах на зондах оценивалась аналогичной нормой для полей: $\delta = \|B_{\tau}^{0} - B_{\tau}^{\gamma}\|_{C} / \max_{\gamma \in [0,1]} \|B_{\tau}^{\gamma}\|_{C}$.

Здесь индексы «0» и «у» также соответствуют выпуклому и немонотонному профилям тока. Выбор такой нормы продиктован необходимостью получения оценки сверху соответствующих величин.

Первоначально рассматривались равновесные плазменные конфигурации с фиксированной границей. Было рассчитано несколько таких равновесий с геометрией, соответствующей различным моментам времени сценария разряда (t = 745, 2745 мс), т.е. геометрия границы плазмы соответствовала указанным моментам времени. С помощью этих равновесий определялось тангенциальное магнитное поле на границе плазмы Γ_{pl} для различных внутренних распределений профиля тока. Таким образом рассматривалась наилучшая ситуация с точки зрения условий проведения измерений. Не надо продолжать магнитное поле и определять границу — она известна точно, и измерения проводятся прямо на ней. Результаты этого исследования показаны на рис. 9. Видно, что два профиля тока (рис. 9, a), различающиеся на 100% в норме пространства C, будут давать разность в магнитных сигналах на границе 6% (t = 2745 мс) соответственно (рис. 9, δ). Основным недостатком этого подхода является то, что измерения проводятся на границе плазмы. В реальном эксперименте контур измерения находится дальше от плазменного шнура, на поверхности ВК, и требуется продолжить поле вплоть до границы плазмы.



Рис. 9. Профили тока плазмы в случае модели равновесия с фиксированной границей для значений параметра $\gamma = 0, 1,0$ (параметра немонотонности профиля): геометрия границы, полный ток и параметр β соответствуют моменту времени t = 2745 мс (*a*); изменение магнитных сигналов на границе плазмы Г_р в зависимости от изменения профиля тока є в модес фиксированной границей ли *t* = 2745 мс (б) (профили тока, показанные на рис. 7, $a (\gamma = 0, 1,0)$, соответствуют $\varepsilon = 100\%$)

Поэтому следующим шагом послужило аналогичное исследование, но уже проведённое для равновесных плазменных конфигураций со свободной границей в реальной геометрии внешних полей установки T-15. Целью этого исследования стало изучение того, как в течение временной эволюции разряда изменяется отклик на магнитных датчиках, расположенных на поверхности BK, в зависимости от изменения профиля тока. Следует отметить, что не при всяком γ существует решение прямой задачи равновесия во внешних полях, так как с увеличением γ профиль тока в плазме становится более распределённым и его труднее удержать в равновесии в заданной системе внешних полоидальных полей. На рис. 10, *а* показаны два существенно различных профиля тока для равновесной плазменной конфигурации, соответствующей моменту времени из сценария разряда *t* = 295 мс (значение параметра $\gamma = 0$ и 0,55). Указанное значение $\gamma = 0,55$ соответствовало максимально возможному уровню скинирования (немонотонности) профиля, при котором существует равновесная конфигурация в указанный момент времени при заданной геометрии внешних полей и заданной постурация в указанный момент времени при заданной геометрии внешних полей и заданном распределении внешних то-ков. На рис. 10, δ показана разница между магнитными сигналами на контуре измерений *L* $\delta = \max\left(\|B_r^0 - B_r^\gamma\|_{c,\gamma} \|B_r^0 - B_z^\gamma\|_{c,\gamma} \|B_z^0 - B_z^\gamma\|_{c,\gamma} \|B_z^0\|_{c,\gamma} \|B_z^0$

ственно различных профиля ($\varepsilon = 30\%$) по результатам магнитных измерений.

На рис. 11, *a*, 12, *a* и 13, *a* показаны профили тока для временных точек сценария t = 745, 1445 и 2745 мс соответственно. Значения $\gamma = 0,69, 0,68, 0,51$ относятся к показанным на рисунках немонотон-



Рис. 10. Профили тока плазмы, $\gamma = 0$, 0,55 (изменение $\varepsilon = 34\%$) (*a*) и изменение магнитных сигналов $\delta(\varepsilon)$ на контуре измерений *L* в зависимости от изменения профиля тока ε (*б*) для временного сценария t = 295 мс



Рис. 11. Профили тока плазмы $\gamma = 0$, 0,69 (изменение $\varepsilon = 45\%$) (*a*) и изменение магнитных сигналов $\delta(\varepsilon)$ на *L* в зависимости от изменения профиля тока ε (δ) для временного сценария t = 745 мс

ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2015, т. 38, вып. 2



Рис. 12. Профили тока плазмы $\gamma = 0$, 0,68 (изменение $\varepsilon = 39\%$) (*a*) и изменение магнитных сигналов $\delta(\varepsilon)$ на *L* в зависимости от изменения профиля тока ε (*б*) для временного сценария t = 1445 мс



Рис. 13. Профили тока плазмы $\gamma = 0, 0,51$ (изменение $\varepsilon = 34\%$) (*a*) и изменение магнитных сигналов $\delta(\varepsilon)$ на *L* в зависимости от изменения профиля тока ε (*б*) для временного сценария t = 2745 мс

ным профилям тока. На рис. 11, δ , 12, δ , 13, δ представлены кривые разницы в магнитных сигналах в зависимости от разницы профилей тока для указанных моментов времени. Отметим, что для двух существенно различных профилей тока (разность между ними порядка 30%) разность в магнитных сигналах составляет 4, 10 и 10,5% для этих моментов времени, т.е. на стадии подъёма тока эта величина составляет порядка 4%. На стационарной стадии это число увеличивается до 10—10,5%. По сравнению с предыдущим исследованием для модели равновесия с фиксированной границей требования по точности значительно снижаются, $\delta(30\%)$ с 1,5% до 10%.

выводы

Основываясь на результатах численного моделирования работы системы электромагнитной диагностики модернизируемой установки T-15, можно сделать следующие выводы.

Требуемая точность измерений магнитного поля для эффективного контроля сепаратрисы составляет 1—7%. В этом случае точность определения границы в целом составляет 0,5 см при уровне погрешности измерений 1%.

Сокращение числа магнитных датчиков с 36 до 30 приводит к ухудшению точности в определении *X*-точки сепаратрисы с 1 до 2 см.

В рамках предполагаемого сценария разряда с увеличением времени улучшаются условия для определения профиля тока по данным магнитных измерений. Так, например, если на стадии подъёма тока (t = 295, 745 мс) для того чтобы различить два существенно различных профиля тока (разница порядка 30%), требуемый уровень погрешности должен быть не выше 4%, то на стационарной стадии (t = 1445, 2745 мс) эти требования снижаются до 10-10,5%.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, гранты № 14-07-00483-а и 14-07-00912-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Azizov E.A. et al. Status of project of engineering-physical tokamak. In: 23rd IAEA Fusion Energy Conf. Daejeon, Republic of Korea, 11-16 October 2010, FTP/P6-01.
- 2. Докука В.Н., Кавин А.А., Лукаш В.Э. и др. ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2014, т. 37, вып. 3, с. 56—70.
- 3. Khayrutdinov R.R., Lukash V.E. J. Comput. Physics, 1993, vol. 109, p. 193.
- 4. Сычугов Д.Ю. ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2008, вып. 4, с. 85—89.
- 5. Зотов И.В., Белов А.Г. Там же, 2014, т. 37, вып. 1, с. 97—101.
- 6. Lao L.L., John H.S., Stambaugh R.D., Pfeifer W. Nuclear Fusion, 1985, vol. 25, p. 1421.
- 7. Зотов И.В., Персиянов И.С., Сычугов Д.Ю. ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2004, вып. 4, с. 44—54.
- 8. Belov A.G., Zotov I.V., Sychugov D.Yu. Numerical method for reconstruction the toroidal plasma boundary. In: Intern. Conf. on Applied Mathematics (World Congress on Engineering and Technology SCET2012). China, Xi'an, May 27-30, 2012, p. 278-280, ISBN 978-1-61896-023-8 (http://www.scirp.org).
- 9. Blum J., Boulbe C., Faugeras B. J. Comput. Physics, 2012, vol. 231, p. 960.
- 10. Mc Carthy P.J et al. Plasma Phys. Control Fusion, 2012, vol. 54, p. 015010
- 11. Белов А.Г., Зотов И.В., Сычугов Д.Ю. и др. ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2012, вып. 4, с. 87—91.
- 12. Vabishchevich P.N., Zotov I.V. Sov. J. Plasma Physics, 1987, vol. 13, № 6, p. 373.
- 13. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. Solutions of Ill-posed Problems. Winston, Washington, DC, 1977 (Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986).
- 14. Андреев В.Ф., Иванов А.А., Касьянова Н.В., Лукаш В.Э., Медведев С.Ю., Мельников А.В., Садыков А.Д., Сушков А.В., Сычугов Д.Ю., Хайрутдинов Р.Р. — ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2014, т. 37, вып. 3, с. 48—55.
- 15. Касьянова Н.В., Мельников А.В., Сушков А.В., Сычугов Д.Ю., Садыков А.Д. В сб.: Сборник тезисов докладов ХШ Международной Звенигородской конференции по физике плазмы и УТС. Звенигород, 9—13 февраля 2015 г., с. 87.
- 16. Vabishchevich P.N., Zotov I.V. Ibid., 1988, vol. 14, № 11, p. 759.
- 17. Demidov A.S., Kochurov A.S., Popov A.Yu. J. of Mathematical Sciences, 2009, vol. 163(1), p. 46.
- 18. Pustovitov V.D. Nuclear Fusion, 2001, vol. 41, p. 721.
- 19. Zotov I.V. Computational Mathematics and Modelling, 1992, vol. 3, № 2, p. 237.
- 20. Zotov I.V., Belov A.G., Sychugov D.Yu., Lukash V.E., Khayrutdinov R.R. Simulation of electromagnetic diagnostics system of the tokamak T-15M. — In: 41 st EPS Conf. on Plasma Physics. Berlin, Germany, 23—27 June 2014, P4.045.



Игорь Викторович Зотов, доцент, к.ф.-м.н.; МГУ им. М.В. Ломоносова, факультет ВМиК, 119992 Москва, Ленинские горы, Россия iv zotov@mail.ru



Андрей Григорьевич Белов, с.н.с., к.ф.-м.н.; ΜΓУ им. М.В. Ломонофакультет сова. ВМиК, 119992 Москва, Ленинские горы, Россия



Хай-

sychugov@cs.msu.su

Юрьевич

доцент,

лауреат

Ленинские

Дмитрий



Виктор Эммануилович Лукаш, в.н.с., д.ф.-м.н., лауреат премий им. И.В. Курчатова и А.П. Александрова; НИШ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия Lukash_VE@nrcki.ru



рутдинов, в.н.с., д.ф.-м.н., лауреат премий им. И.В. Курчатова и А.П. Александрова, ветеран атомной энергетики и промышленности; НИЦ «Курчатовский институт», 123182 Москва, пл. Академика Курчатова 1, Россия khayrutd@mail.ru

Рашитович

Статья поступила в редакцию 14 января 2015 г. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез, 2015, т. 38, вып. 2, с. 51-61.