

УДК 533.9

ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦИКЛОТРОННЫХ СПЕКТРОВ НА ПОНИЖЕННЫХ ЧАСТОТАХ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАДТЕПЛОВЫХ ЭЛЕКТРОНОВ ПО СКОРОСТЯМ В ТОКАМАКЕ Т-10

П.В. Минашин¹, А.Б. Кукушкин¹, В.И. Позняк¹

¹ИФТ НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия

Разработана модель для количественной интерпретации спектра электронного циклотронного (ЭЦ) излучения в токамаке Т-10 на частотах ниже, чем первая циклотронная гармоника на краю плазменного шнура. В основе модели лежат почти свободное распространение и изотропность ЭЦ-излучения между металлической стенкой вакуумной камеры и зоной отсечки в плазме. Это позволяет использовать методы расчёта, ранее развитые для случая токамаков-реакторов, поскольку там значимое для потерь ЭЦ-излучение больших частот оказывается «запертым» между стенкой камеры и внутренней зоной оптической непрозрачности. Сформулирована и решена обратная задача для восстановления функции распределения надтепловых электронов по параллельной и перпендикулярной магнитному полю проекциям импульса и по магнитным поверхностям на периферии плазменного шнура. Показано, что в омическом разряде в Т-10 надтепловые электроны являются запертыми частицами на внешнем обводе тора, их характерная кинетическая энергия лежит в диапазоне ~150—200 кэВ, а плотность составляет долю $\sim 10^{-4}$ от основной плазмы.

Ключевые слова: электронное циклотронное излучение, токамак, надтепловые электроны, функция распределения электронов по скоростям.

PHYSICS MODEL FOR ELECTRON CYCLOTRON SPECTRA AT DOWN-SHIFTED FREQUENCIES AND THE RECONSTRUCTION OF SUPERHERMAL ELECTRON VELOCITY DISTRIBUTION FUNCTION IN TOKAMAK T-10

P.V. Minashin, A.B. Kukushkin, V.I. Poznyak

¹Tokamak Physics Institute, NRC «Kurchatov Institute», Moscow, Russia

A model is developed for quantitative interpretation of electron cyclotron (EC) spectra in tokamak T-10 at frequencies lower than the first EC harmonic at the plasma edge. The model is based on the almost free propagation and isotropy of EC radiation between the vacuum chamber wall and the cut-off zone in plasma. This enables us to use the calculation method formerly developed for tokamak-reactors where the radiation at high frequencies responsible for EC power losses is trapped in between the vacuum chamber wall and the inner region of high optical opacity. An inverse problem is formulated and solved for the reconstruction of the velocity distribution function of superthermal electrons in parallel and perpendicular momenta, and magnetic flux surfaces at the plasma edge. The superthermal electrons in the Ohmic discharge in tokamak T-10 are shown to be the particles trapped at the low magnetic field side of toroid with the mean kinetic energy of ~150—200 keV and the density fraction of $\sim 10^{-4}$ relative to the main plasma.

Key words: electron cyclotron radiation, tokamak, superthermal electrons, electron velocity distribution function.

ВВЕДЕНИЕ

Наблюдение электронного циклотронного (ЭЦ) излучения в токамаке Т-10 одновременно на первой и второй гармониках с включением диапазона более низких частот указало на наличие надтепловых электронов с энергией от нескольких десятков до сотен кэВ [1]. При этом наблюдаемый спектр является изотропным по углу регистрации излучения и не зависит от поляризации выходящих ЭМ-волн.

Наблюдение спектров ЭЦ-излучения в низкочастотном диапазоне и интерпретация особенностей в спектре вкладом надтепловых электронов уже не раз обсуждались в литературе, например, эксперименты как в омических разрядах (на токамаке ASDEX-U [2]), так и разряды с ЭЦ и нижнегибридным поддержанием тока (на токамаках ALCATOR [3], WT-3 [4], ФТ-2 [5]), однако там измерения спектров были проведены при несколько более высоких частотах. Специфика интерпретируемых экспериментов на токамаке Т-10 состоит в малости плотности на периферии (она ощутимо меньше, чем в больших токамаках), при которой возможно излучение О-моды быстрыми электронами на периферии (с ростом плотности область возможного существования такого излучения просто «вытесняется» из плазмы).

В настоящей работе:

— разработана модель для количественной интерпретации указанных измерений на токамаке T-10. В основе модели лежат почти свободное распространение и изотропность ЭЦ-излучения между металлической стенкой вакуумной камеры и зоной отсечки в плазме. Это позволяет использовать методы расчёта, развитые ранее для случая реакторов-токамаков, поскольку там значимое для потерь ЭЦ-излучение больших частот оказывается «запертым» между стенкой камеры и внутренней зоной оптической непрозрачности;

— сформулирована обратная задача для восстановления функции распределения (ФР) надтепловых электронов по параллельной и перпендикулярной магнитному полю проекциям импульса и по магнитным поверхностям;

— конкретное решение получено для случая локализации надтепловых электронов в узком слое вблизи границы плазменного шнура, что соответствует результатам измерения в [1] зависимости низкочастотного края спектра излучения от плотности плазмы на периферии с учётом связи частоты отсечки для О-моды от плотности.

Задача восстановления функции распределения электронов (ФРЭ) по скоростям по наблюдаемому спектру ЭЦ-излучения решалась в работах [3, 4, 6, 7]. Ключевым элементом процедуры восстановления ФРЭ в этих работах в отличие от данной работы является предположение определённого вида функции распределения с несколькими подгоночными параметрами. При заданном виде ФРЭ обратная задача решается путём поиска таких параметров, для которых вычисленный спектр совпадает с экспериментальным. В настоящей работе мы не налагаем на ФРЭ никаких ограничений, поскольку полагаем, что достаточно резкая зависимость спектра быстрых электронов в неоднородном магнитном поле токамака от частоты ЭЦ-излучения в рассматриваемом нами диапазоне частот, а именно на низкочастотном краю спектра надтепловых электронов, обусловленного релятивистским сдвигом ЭЦ-частоты в область меньших частот (в международной терминологии — relativistic frequency down-shift effect), является достаточным условием для восстановления средних характеристик ФРЭ с разумной точностью.

Проведённые расчёты для случая омического разряда позволили определить характер движения надтепловых электронов (степень их запертости на внешнем обводе тора), их характерную кинетическую энергию и долю от плотности основной плазмы на периферии плазменного шнура.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРА РАДИАЦИОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

Нами предложена следующая модель для описания наблюдаемого спектра ЭЦ-излучения:

— надтепловые электроны локализованы в слое шириной 3 см вблизи границы плазмы [1];
— плотность мощности спонтанного источника ЭЦ-излучения считается по формулам почти вакуумного приближения (не учитывается рефракция, но учитываются отсечки для обыкновенной (О-мода) и необыкновенной (Х-мода) волн);

— основная плазма очень слабо поглощает ЭЦ-излучение от надтепловых электронов в данном диапазоне частот;

— интенсивность указанного ЭЦ-излучения в области между стенкой камеры и областью отсечки однородна и изотропна в силу многократного отражения от границ указанной области (это соответствует результатам измерений — отсутствию зависимости от поляризации ЭЦ-волны и пространственного расположения детектора ЭЦ-излучения).

Это позволяет использовать методы расчёта, развитые ранее в численных кодах CYTRAN [8] и CYNEQ [9—12] для случая токамаков-реакторов, поскольку там значимое для потерь ЭЦ-излучение больших частот оказывается «запертым» между стенкой камеры и внутренней зоной оптической непрозрачности.

Радиационная температура ЭЦ-излучения T_{rad} определяется стандартным образом по наблюдаемой интенсивности выходящего ЭЦ-излучения I :

$$T_{\text{rad}}(\omega) = \frac{8\pi^3 c^2}{\omega^2} I(\omega). \quad (1)$$

В предложенной модели интенсивность выходящего излучения рассчитывается по следующей формуле (здесь предположено отсутствие смешивания мод при отражении, обобщение на случай произвольного смешивания мод сохраняет структуру результата и здесь не приводится):

$$I(\omega) = I_X(\omega) + I_O(\omega); \tag{2}$$

$$I_{X,O}(\omega) = \frac{\int d\Omega_n \int_{V_{X,O}^{esc}} dV q_{X,O}(\rho, \theta_{pol}, \omega, \mathbf{n})}{\int_{\cap S_w} d\Omega_n \int (d\mathbf{S}\mathbf{n})(1-R_w) + \int_{V_{X,O}^{esc}} d\Omega_n \int dV \kappa_{X,O}(\rho, \theta_{pol}, \omega, \mathbf{n})}, \tag{3}$$

где индексы X и O относятся к необыкновенной и обыкновенной волне соответственно: $q_{X,O}(\rho, \theta_{pol}, \omega, \mathbf{n})$ — плотность мощности источника ЭЦ-излучения (коэффициент испускания излучения); $\kappa_{X,O}(\rho, \theta_{pol}, \omega, \mathbf{n})$ — коэффициент поглощения ЭЦ-излучения; ρ — метка магнитной поверхности (нормированная радиальная координата); θ_{pol} — полоидальный угол; $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}}{k}$ — направление волны; \mathbf{k} — волновой вектор волны; S_w — площадь внутренней поверхности вакуумной камеры токамака; R_w — коэффициент отражения излучения от стенки камеры. Интеграл вида $\int_{\cap S_w} d\Omega_n \int (d\mathbf{S}\mathbf{n})(1-R_w)$ берётся по полусфере $(d\mathbf{S}\mathbf{n}) \geq 0$; $V_{X,O}^{esc}(\omega)$ — область пространства (внешний слой), из которого ЭЦ-излучение частоты ω выходит без поглощения, с учётом отсечки для O-моды

$$\omega > \omega_p \tag{4}$$

и X-моды

$$\omega > \frac{1}{2} \omega_c \left(1 + \sqrt{1 + 4 \left(\frac{\omega_p}{\omega_c} \right)^2} \right), \tag{5}$$

где ω_p — плазменная частота; $\omega_c = \frac{eB}{mc}$ — нерелятивистская циклотронная частота. Поскольку ЭЦ-излучение от надтепловых электронов в рассматриваемой нами области частот пренебрежимо мало поглощается основной плазмой, формулу (3) можно упростить:

$$I_{X,O}(\omega) = \frac{4}{(1-R_w)S_w} \int_{V_{X,O}^{esc}} dV \langle q_{X,O}(\rho, \theta_{pol}, \omega, \mathbf{n}) \rangle_{\theta_k} = \frac{4}{(1-R_w)S_w} 2\pi R_0 \int_{V_{X,O}^{esc}} \rho d\rho d\theta_{pol} \langle q_{X,O}(\rho, \theta_{pol}, \omega, \mathbf{n}) \rangle_{\theta_k}, \tag{6}$$

где введено обозначение для коэффициента испускания, усреднённого по направлениям испускания волн:

$$\langle q_{X,O}(\rho, \theta_{pol}, \omega, \mathbf{n}) \rangle_{\theta_k} = \frac{1}{2} \int_0^\pi q_{X,O}(\rho, \theta_{pol}, \omega, \theta_k) \sin \theta_k d\theta_k. \tag{7}$$

Плотность мощности источника ЭЦ-излучения $q_{X,O}(R, Z, \omega, \theta_k)$ можно рассчитывать в вакуумном приближении, но с учетом отсечки:

$$q_{X,O}(\rho, \theta_{pol}, \omega, \theta_k) = \int d^3 p F_e^{hot}(\rho, \theta_{pol}, p_{||}, p_{\perp}) \eta_{X,O}(\rho, \theta_{pol}, p_{||}, p_{\perp}, \omega, \theta_k), \tag{8}$$

здесь $F_e^{hot}(\rho, \theta_{pol}, p_{||}, p_{\perp})$ — функция распределения надтепловых электронов по координатам и импульсам; $\eta_{X,O}$ — спектральная интенсивность излучения одного электрона (одноэлектронный коэффициент испускания):

$$\begin{aligned} \eta_{X,O}(\rho, \theta_{\text{pol}}, p_{\parallel}, p_{\perp}, \tilde{\omega}, \theta_k) &= \frac{e^2}{2\pi c} \omega_c(\rho, \theta_{\text{pol}}) \tilde{\eta}_{X,O}(p_{\parallel}, p_{\perp}, \tilde{\omega}(\rho, \theta_{\text{pol}}), \theta_k); \\ \tilde{\eta}_{X,O} &= \tilde{\omega}^2 \sum_{n=1}^{\infty} C_{X,O}(n, p_{\parallel}, p_{\perp}, \tilde{\omega}, \theta_k) \delta\left(n\sqrt{1-\beta^2} - \tilde{\omega}(1-\beta_{\parallel} \cos \theta_k)\right); \\ C_X(n, p_{\parallel}, p_{\perp}, \tilde{\omega}, \theta_k) &= \beta_{\perp}^2 J_n'^2 \left(\tilde{\omega} \frac{\beta_{\perp} \sin \theta_k}{\sqrt{1-\beta^2}} \right); \\ C_O(n, p_{\parallel}, p_{\perp}, \tilde{\omega}, \theta_k) &= \left(\frac{\cos \theta_k - \beta_{\parallel}}{\sin \theta_k} \right)^2 J_n^2 \left(\tilde{\omega} \frac{\beta_{\perp} \sin \theta_k}{\sqrt{1-\beta^2}} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

здесь $\tilde{\omega}(\rho, \theta_{\text{pol}}) = \omega/\omega_c(\rho, \theta_{\text{pol}})$; $J_n(z)$ — функция Бесселя первого рода и её производная $J_n'(z)$ по аргументу $z = \tilde{\omega} \frac{\beta_{\perp} \sin \theta_k}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Ввиду наличия δ -функции в (9) интеграл (7) по углу θ_k можно взять аналитически:

$$\begin{aligned} \left\langle \eta_{X,O}(\rho, \theta_{\text{pol}}, p_{\parallel}, p_{\perp}, \omega, \theta_k) \right\rangle_{\theta_k} &= \frac{1}{2} \frac{e^2}{2\pi c} \frac{\omega_c \tilde{\omega}}{|\beta_{\parallel}|} \sum_{n=1}^{\infty} C_{X,O}(n, p_{\parallel}, p_{\perp}, \tilde{\omega}, \theta_k); \\ \cos \theta_k &= \frac{\tilde{\omega} - n\sqrt{1-\beta^2}}{\tilde{\omega} \beta_{\parallel}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Последняя формула даёт (при фиксированной частоте) ограничение интегрирования в пространстве скоростей электронов.

АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ

Для восстановления ФРЭ ставится задача оптимизации, состоящая в поиске ФР надтепловых электронов $F(\rho, \theta_{\text{pol}}, p_{\perp}, p_{\parallel})$, для которой рассчитанный в рамках предложенной модели спектр ЭЦ-излучения $T_{\text{rad}}^{\text{calc}}(\omega)$ максимально близок к наблюдаемому спектру $T_{\text{rad}}^{\text{exp}}(\omega)$. В данной работе не рассматриваются отличные от ЭЦ-излучения механизмы формирования наблюдаемого спектра $T_{\text{rad}}^{\text{exp}}(\omega)$.

Из-за линейности задачи можно разбить фазовое пространство на секторы $(p_{\parallel}, p_{\perp}, \rho, \theta_{\text{pol}})_N$ с номером N и искать вклад в спектр $T_{\text{rad}}^{\text{calc}}(\omega)$ от каждого сектора в виде функции $\tilde{T}_{\text{rad}}(\omega, p_{\parallel N}, p_{\perp N}, \rho_N, \theta_{\text{pol} N})$:

$$T_{\text{rad}}^{\text{calc}}(\omega) = \sum_N \tilde{T}_{\text{rad}}(\omega, p_{\parallel N}, p_{\perp N}, \rho_N, \theta_{\text{pol} N}) x_N, \quad (11)$$

где x_N — значение функции распределения в секторе N . Тогда задача оптимизации может быть сформулирована следующим образом:

$$\begin{aligned} \min f, \quad x_N &\geq 0; \\ f &= f(T_{\text{rad}}^{\text{exp}}(\omega), T_{\text{rad}}^{\text{calc}}(\omega, x_N)), \end{aligned} \quad (12)$$

где f — функция, показывающая отклонение экспериментального профиля радиационной температуры от результатов моделирования. В данной работе выбрана функция, являющаяся квадратом евклидовой нормы вектора в дискретном пространстве частот, в котором задана зависимость экспериментального спектра $T_{\text{rad}}^{\text{exp}}(\omega)$:

$$f = \left\| T_{\text{rad}}^{\text{exp}}(\omega) - \sum_N \tilde{T}_{\text{rad}}(\omega, x_N) x_N \right\|_2^2. \quad (13)$$

Тогда задача восстановления значений x_N решается методом наименьших квадратов при условии неотрицательности искомых значений x_N . Хотя задача (12), (13) формально сводится к решению системы уравнений и в случае равенства числа заданных и искомых переменных должна давать полное совпаде-

ние расчётного и экспериментального спектров, условие неотрицательности x_N приводит к тому, что спектр $T_{\text{rad}}^{\text{calc}}(\omega)$, полученный в ходе решения задачи оптимизации (12), (13), может отличаться от экспериментального спектра $T_{\text{rad}}^{\text{exp}}(\omega)$. Задача оптимизации (12), (13) является некорректно поставленной обратной задачей. Её решение не претендует на однозначное восстановление вида ФРЭ, но способно достаточно надёжно определить средние характеристики ФРЭ.

Можно упростить задачу (11), рассматривая только ту область полного фазового пространства, которая отвечает траекториям отдельных электронов с учётом двух законов сохранения — адиабатического инварианта для движения электрона в неоднородном магнитном поле (14) и сохранения полной энергии электрона (15):

$$\frac{p_{\perp}^2}{B} = \frac{p_{\perp 0}^2}{B_{\text{min}}}, \quad (14)$$

$$p_{\perp 0}^2 + p_{\parallel 0}^2 = p_{\perp}^2 + p_{\parallel}^2, \quad (15)$$

здесь индекс 0 указывает на значение импульсов в одной из точек на траектории электрона. Для удобства фиксируем точку с индексом 0 в экваториальной плоскости тороида на внешнем обходе тора, т.е. для максимального значения координаты электрона по большому радиусу тора вдоль траектории, $R = R_{\text{max}}$ (для запертых частиц указанная точка является центром траектории типа «банан»). Это отвечает поиску редуцированной ФРЭ, отвечающей усреднению по полоидальному углу на фиксированной магнитной поверхности (для запертых частиц — усреднению по «банану»). При таком описании значение импульса электрона при заданном полоидальном угле уже не является произвольным, а однозначно определяется двумя параметрами — проекциями импульса в одной точке на траектории электрона. Тогда для расчёта вместо фазового пространства $(p_{\parallel}, p_{\perp}, \theta_{\text{pol}})$ разбиваем на секторы только подпространство $(p_{\parallel 0}, p_{\perp 0}, \rho)$, а в формулах (1)—(10) для $T_{\text{rad}}^{\text{calc}}(\omega, x_N)$ имеем

$$x_N = F_e^{\text{hot}}(\rho_N, p_{\parallel 0N}, p_{\perp 0N}); \quad (16)$$

$$\int \rho d\rho \int d^3 p \rightarrow \sum_N \rho_N \Delta\rho_N 2\pi p_{\perp 0N} \Delta p_{\perp 0N} \Delta p_{\parallel 0N}. \quad (17)$$

Для задачи в указанном редуцированном пространстве нужно рассчитать спектр излучения, испускаемого электроном на заданной магнитной поверхности при заданных значениях импульса в экваториальной плоскости тороида на внешнем обходе тора. Чтобы рассчитать вклад в спектр $T_{\text{rad}}^{\text{calc}}(\omega)$ от запертых и пролётных частиц с учётом неоднородности времени нахождения электрона на данном участке координатного пространства (т.е. с учётом соответствующей неоднородности функции распределения электронов), следует учесть изменения значений проекций импульса вдоль траектории, для чего при интегрировании по объёму в (6) нужно провести следующее усреднение по периоду движения электрона вдоль его траектории:

$$\int \frac{d\theta_{\text{pol}}}{2\pi} \rightarrow \frac{1}{\tau_b} \int \frac{ds}{|v_s|}, \quad (18)$$

здесь s — координата вдоль траектории; τ_b — период движения вдоль траектории; v_s — проекция скорости электрона на траекторию движения. Оператор усреднения по периоду движения вдоль траектории для круглых вложенных магнитных поверхностей, реализующихся в токамаке Т-10, сводится к интегралу по полоидальному углу θ_{pol} :

$$\frac{1}{\tau_b} \int \frac{ds}{|v_s|} \dots = \frac{1}{\tilde{\tau}_b} \int_{-\theta_r}^{\theta_r} \frac{d\theta_{\text{pol}}}{2\pi} \frac{\xi_0}{\xi} \dots; \quad (19)$$

$$\tilde{\tau}_b = \int_{-\theta_r}^{\theta_r} \frac{d\theta_{\text{pol}}}{2\pi} \frac{\xi_0}{\xi}, \quad (20)$$

где $\xi \equiv \cos\theta_{\text{pol}} = \frac{p_{\parallel}}{p}$, $\xi_0 = \frac{p_{\parallel 0}}{p_0}$. Для запертых частиц имеем

$$|\xi_0| < \xi_{0T}; \quad (21)$$

$$\theta_T = \arccos\left(1 - 2\frac{\xi_0^2}{\xi_{0T}^2}\right); \quad (22)$$

$$\xi_{0T} = \sqrt{1 - \frac{B_{\min}(\rho, \theta_{\text{pol}})}{B_{\max}(\rho, \theta_{\text{pol}})}}; \quad (23)$$

где $B_{\min}(\rho, \theta_{\text{pol}})$ и $B_{\max}(\rho, \theta_{\text{pol}})$ — минимум и максимум магнитного поля вдоль траектории, а для пролетных частиц имеем

$$|\xi_0| > \xi_{0T}; \quad (24)$$

$$\theta_T = \pi. \quad (25)$$

Алгоритм восстановления функции распределения надтепловых электронов формулируется следующим образом:

— пространство $(p_{\parallel 0}, p_{\perp 0})$, для каждой магнитной поверхности ρ разбивается на секторы. По формулам (21) и (24) частица из каждого сектора помечается как запертая или пролётная;

— по формулам (14), (15) рассчитываются проекции импульса $p_{\parallel}(\theta_{\text{pol}})$, $p_{\perp}(\theta_{\text{pol}})$ вдоль траектории движения электрона;

— спектр $\tilde{T}_{\text{rad}}(\omega, x_N)$ рассчитывается по формулам (1)—(10) с учётом (17) и процедуры усреднения (19), (20);

— методом наименьших квадратов решается задача оптимизации (12), (13).

В результате решения задачи (12), (13) получаем $x_N = F_e^{\text{hot}}(\rho_N, p_{\parallel 0, N}, p_{\perp 0, N})$. По найденным таким образом значениям x_N можно рассчитать следующие характеристики надтепловых электронов:

— среднюю кинетическую энергию надтепловых электронов

$$\langle T_{\text{kin}} \rangle = \frac{\int \rho d\rho T_{\text{kin}}(\rho)}{\int \rho d\rho}; \quad (26)$$

$$T_{\text{kin}}(\rho) = mc^2 \frac{\int d^3 p x(\rho, p_{\parallel}, p_{\perp}) (\sqrt{1 + u_{\parallel}^2 + u_{\perp}^2} - 1)}{\int d^3 p x(\rho, p_{\parallel}, p_{\perp})}, \quad (27)$$

где интегралы вида $\int \rho d\rho$ берутся по той части пространства, где локализованы надтепловые электроны;

— средние значения продольного и поперечного импульса

$$\langle u_{\parallel, \perp} \rangle = \frac{\int \rho d\rho u_{\parallel, \perp}(\rho)}{\int \rho d\rho}; \quad (28)$$

$$u_{\parallel, \perp}(\rho) = \frac{\int d^3 p x(\rho, p_{\parallel}, p_{\perp}) u_{\parallel, \perp}}{\int d^3 p x(\rho, p_{\parallel}, p_{\perp})}; \quad (29)$$

— средние значения продольной и поперечной кинетической энергии, определённые следующим образом:

$$T_{\text{kin} \parallel, \perp}(\rho) = 511(\sqrt{1 + u_{\parallel, \perp}(\rho)^2} - 1); \quad (30)$$

$$\langle T_{\text{kin} \parallel, \perp} \rangle = 511(\sqrt{1 + \langle u_{\parallel, \perp}^2 \rangle} - 1); \quad (31)$$

— профиль плотности надтепловых электронов

$$n_e^{\text{hot}}(\rho) = \int d^3 p x(\rho, p_{\parallel}, p_{\perp}); \quad (32)$$

— долю надтепловых частиц в плотности плазмы на внешней стороне экваториальной плоскости тороида

$$\delta = \frac{\int \rho d\rho n_e^{\text{hot}}(\rho)}{\int \rho d\rho n_e(\rho)}. \quad (33)$$

Отметим, что восстановление трехмерной функции по одномерной не является принципиальной трудностью для решения данной обратной задачи, поскольку мы не накладываем дополнительных (упрощающих) ограничений на плавность искомой функции. Однако мы должны соблюсти баланс числа заданных и искомым параметров, что и выполнено нами.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

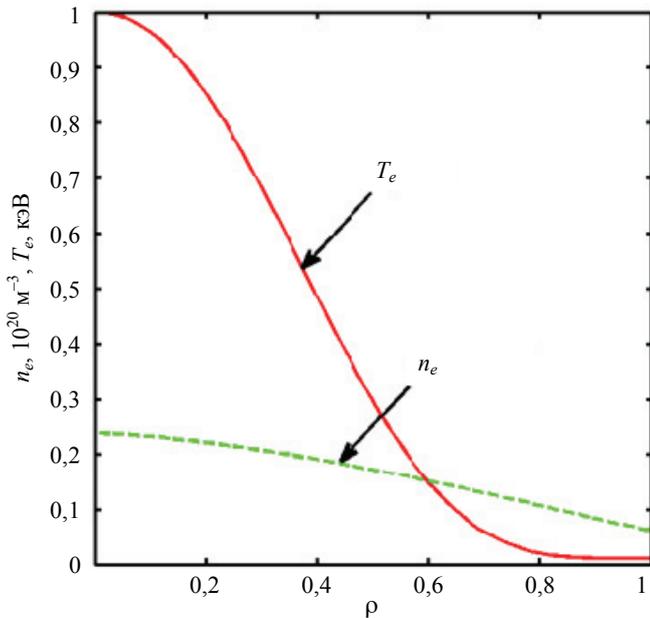


Рис. 1. Пространственные профили температуры (—) и плотности плазмы (- - -) в разряде № 36057 в токамаке Т-10

Далее мы приведём результаты восстановления ФР надтепловых электронов по спектрам радиационной температуры T_{rad} для спектров № 3 и № 10 (рис. 2 в [1], разряд № 36057 в токамаке Т-10). Параметры токамака Т-10 следующие: $R_0 = 1,5$ м, $a = 0,3$ м, $B_0 = 2,48$ Тл, коэффициент отражения R_w выбран равным 0,6. Профили температуры и плотности основной плазмы для разряда № 36057 показаны на рис. 1.

Для экспериментального диапазона частот $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ от 38 до 116 ГГц в разряде № 36057 частота излучения всегда выше отсечки О-моды (см. (4) и рис. 2, а). Зона отсечки для Х-моды, задаваемая формулой (5), показана на рис. 2, б.

Уместно привести значения квадрата коэффициента преломления в приближении холодной плазмы [13] для иллюстрации возможности использования почти вакуумного приближения (не

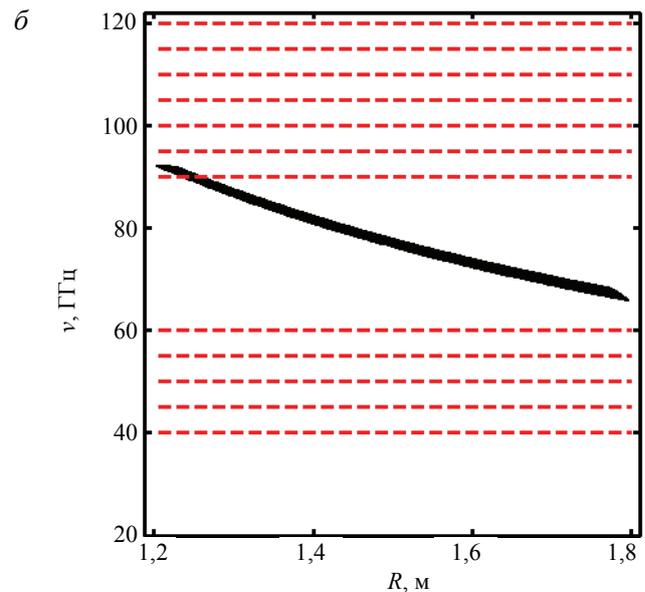
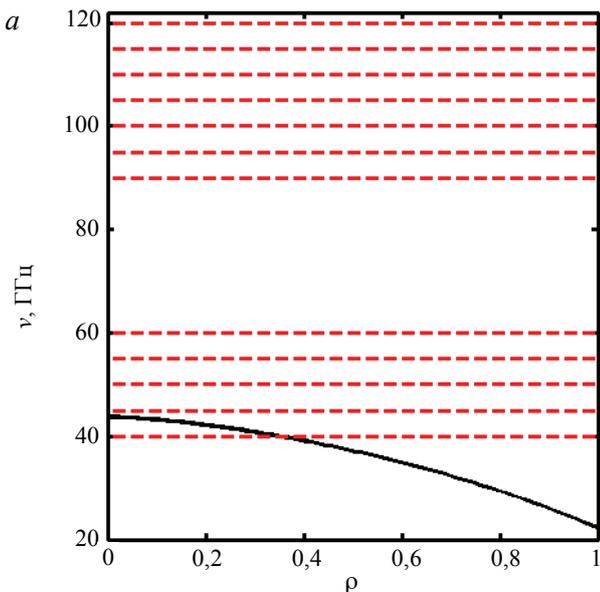


Рис. 2. Зависимость расположения отсечки для О-моды (—), задаваемой формулой (4), от магнитной поверхности (а) и зависимость расположения отсечки Х-моды от большого радиуса, (5) (б): - - - - диапазон интерпретируемого спектра (при этом диапазон спектра, где доминирует излучение основной плазмы на первой ЭЦ-гармонике, нами не рассматривается, так как в нём излучение надтепловых электронов сильно поглощается основной плазмой, дающей в этом диапазоне доминирующий вклад в наблюдаемый спектр)

учитывается рефракция, но учитываются отсечки для обыкновенной (О-мода) и необыкновенной (Х-мода) волн) (рис. 3, 4).

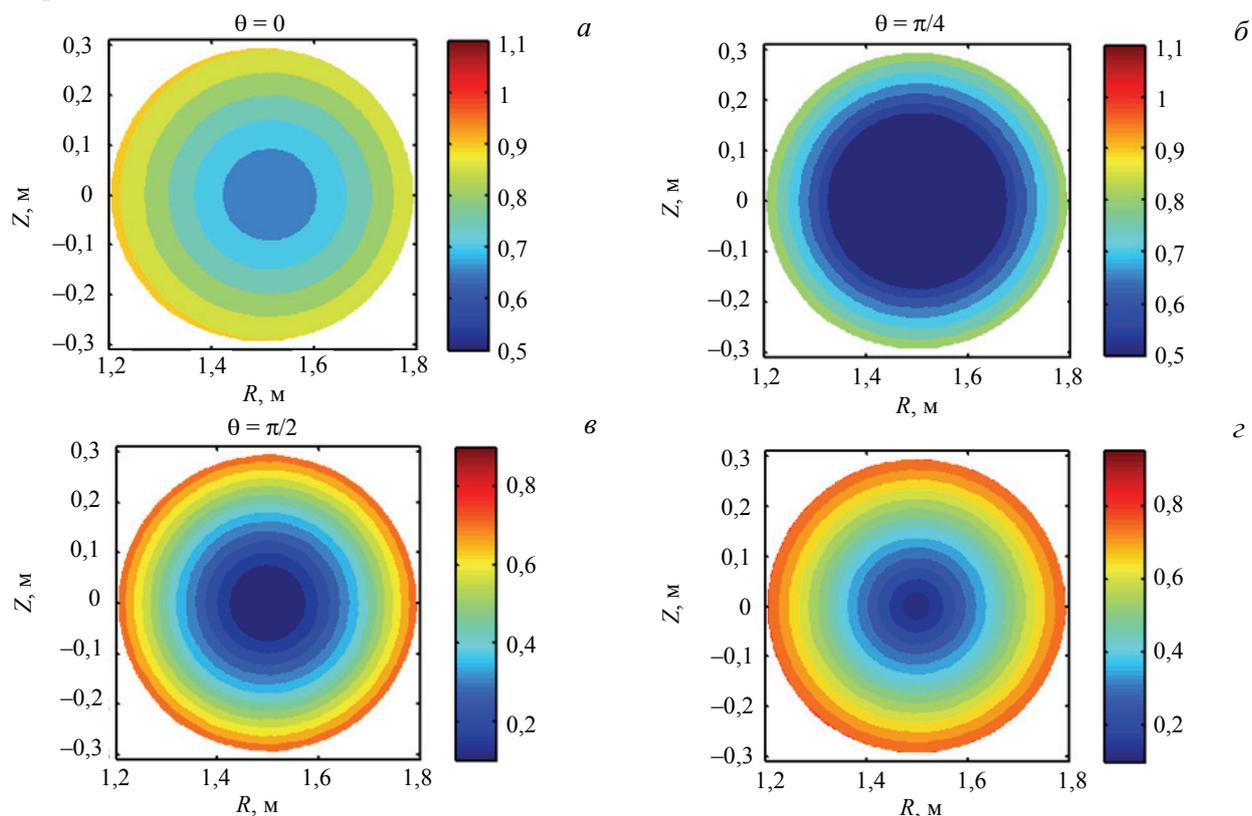


Рис. 3. Квадрат коэффициента преломления в приближении холодной плазмы [13] для О-моды при частоте излучения $\nu = 45$ ГГц для различных питч-углов волнового вектора ЭЦ-волны (а, б, в) и его среднее по углу θ значение (г)

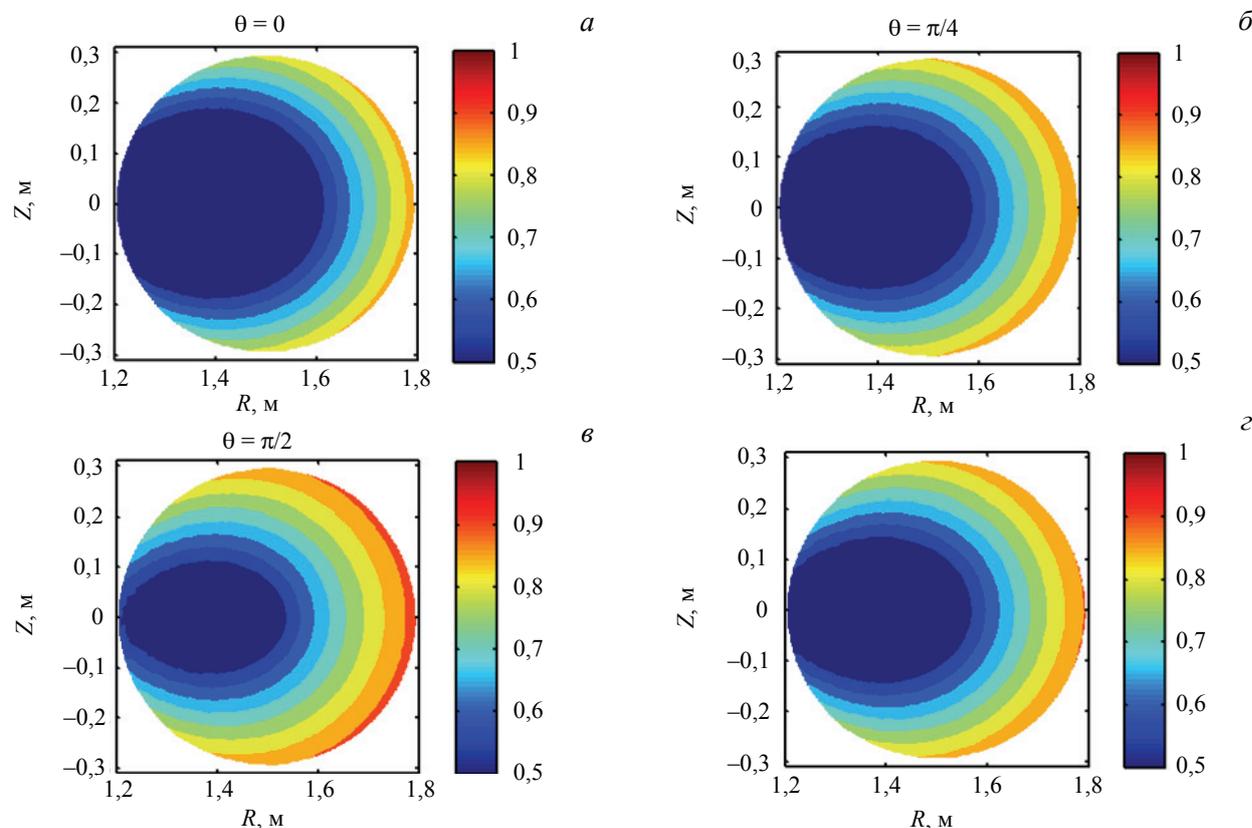


Рис. 4. Квадрат коэффициента преломления в приближении холодной плазмы [13] для Х-моды при частоте $\nu = 105$ ГГц для различных питч-углов волнового вектора ЭЦ-волны (а, б, в) и его среднее по углу θ значение (г)

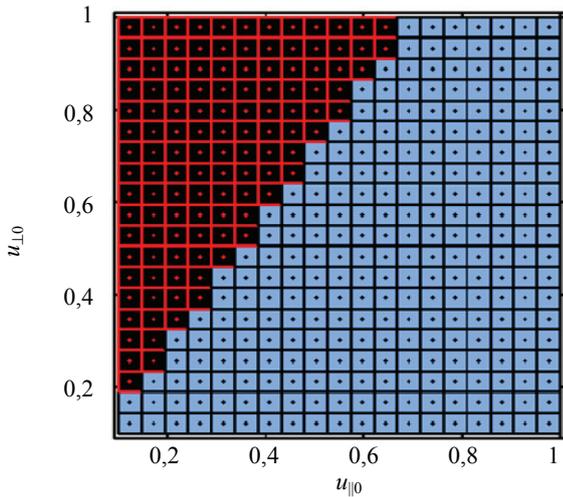


Рис. 5. Деление пространства $(u_{||0}, u_{\perp 0})$ ($u = p/mc$ — нормированный импульс электрона) на сектора, в которых при решении задачи оптимизации (12), (13) восстанавливается вид функции распределения $x = F_e^{\text{hot}}(\rho, p_{||0}, p_{\perp 0})$ для фиксированной магнитной поверхности с координатой ρ . Частица из каждого сектора при фиксированном значении ρ помечается как запертая (чёрные сектора) или пролётная (светлые сектора) согласно формулам (21), (24)

Для иллюстрации характера разбиения (дискретизации) фазового пространства на ячейки мы приводим рис. 5 с разбиением импульсного подпространства для фиксированной магнитной поверхности.

Характерные спектры излучения для запертой и пролётной частицы, приведённые на рис. 6 и 7, демонстрируют их качественное отличие, предопределившее конечные результаты восстановления ФРЭ — невозможность удовлетворительно объяснить наблюдаемый спектр с помощью вклада одних только пролётных частиц.

И наконец, приведём результаты решения задачи оптимизации в четырёх случаях — для двух экспериментальных спектров на рис. 2 в

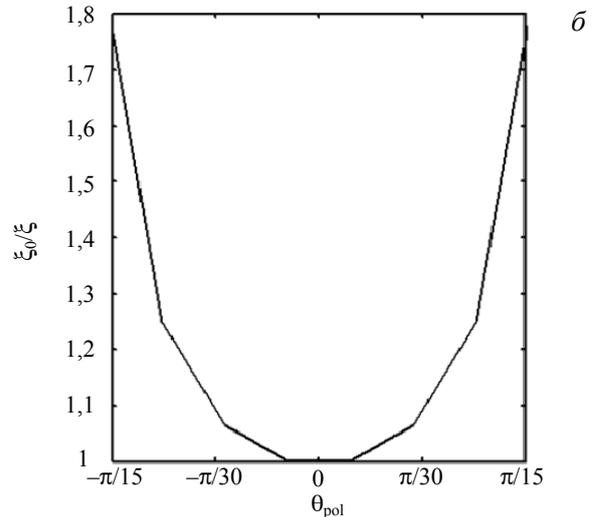
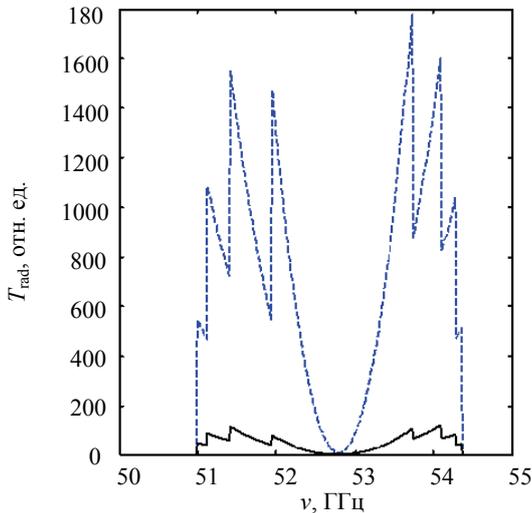


Рис. 6. Вклад в спектр $T_{\text{rad}}^{\text{calc}}(\omega)$ от запертой частицы с параметрами $u_{||0} = 0,5, u_{\perp 0} = 0,036, \rho = 0,9$ (a): — расчёт без процедуры усреднения по периоду движения электрона вдоль его траектории, --- расчёт с учётом усреднения по периоду движения по формулам (19), (20); подынтегральная функция в (19), (20), $\tilde{\tau}_b = 0,086$ (б)

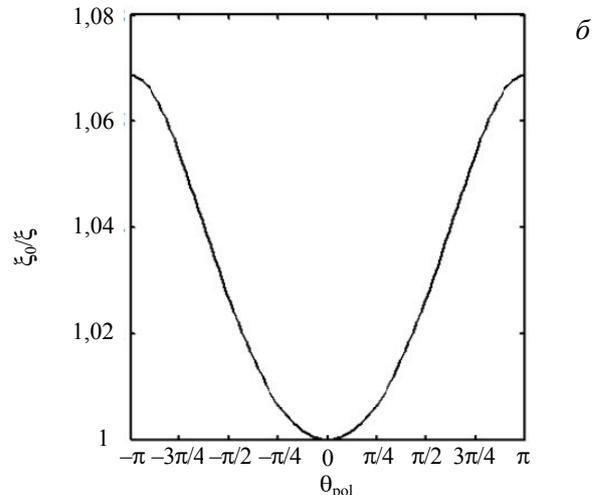
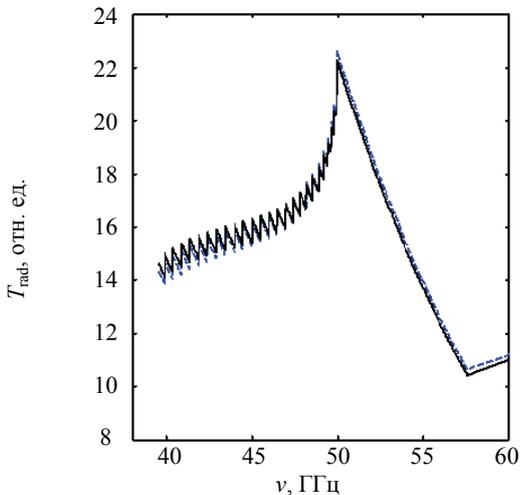


Рис. 7. Вклад в спектр $T_{\text{rad}}^{\text{calc}}(\omega)$ от пролётной частицы с параметрами $u_{||0} = 0,552, u_{\perp 0} = 0,294, \rho = 0,9$ (a): — расчёт без процедуры усреднения по периоду движения электрона вдоль его траектории, --- расчёт с учётом усреднения по периоду движения по формулам (19), (20); небольшая «зубчатость» спектра обусловлена дискретностью координатно-импульсного пространства; подынтегральная функция в (19), (20), $\tilde{\tau}_b = 1,03$ (б)

[1] при отсутствии каких-либо ограничений на ФРЭ в пространстве импульсов (рис. 8, 9), а также для одного из экспериментальных спектров при введении ограничений, а именно либо вообще не учитывался вклад от запертых частиц в спектр радиационной температуры (т.е. соответствующая часть пространства импульсов была просто исключена из рассмотрения, рис. 10), либо при оптимизации было ограничено сверху значение поперечного импульса электронов, $u_{\perp} < 0,07$ (рис. 11). Результаты в двух последних случаях призваны показать важность учёта соответственно запертых частиц и высоких значений поперечного импульса для достижения наилучшего совпадения расчётного и экспериментального спектров.

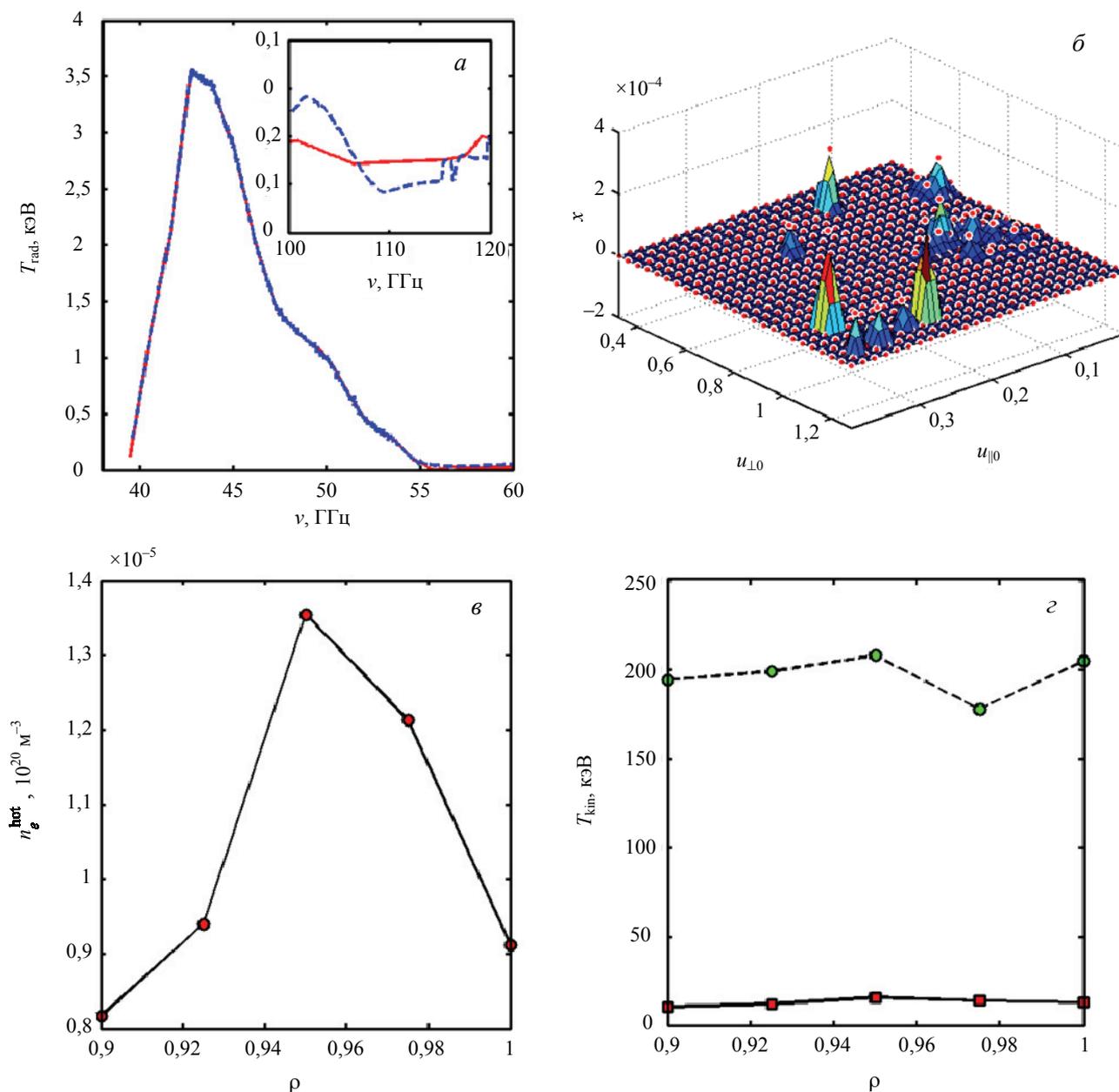


Рис. 8. Экспериментальный профиль для спектральной зависимости радиационной температуры (разряд № 36057, кривая № 3 на рис. 2 в [1]) (—) и результат оптимизации (---), на вставке: профили радиационной температуры в спектральном интервале между спектрами теплового ЭЦ-излучения основной плазмы на первой и второй гармониках основной ЭЦ-частоты (а). Функция распределения надтепловых электронов $x = F_e^{\text{hot}}(\rho, u_{\parallel 0}, u_{\perp 0})$ на одной из магнитных поверхностей, $\rho = 0,9$, для усиления визуализации приведена линейная интерполяция дискретных значений такой функции (б). Профиль плотности надтепловых электронов n_e^{hot} , рассчитанный по формуле (32) (в). Профиль средней кинетической энергии надтепловых электронов, рассчитанный по формулам (28)—(31) (— — продольная кинетическая энергия, - - - — поперечная) (г). Характеристики ФР надтепловых электронов (формулы (26), (31)): $\langle T_{\text{кин}} \rangle = 213$ кэВ, $\langle T_{\text{кин}\parallel} \rangle = 13$ кэВ, $\langle T_{\text{кин}\perp} \rangle = 196$ кэВ. Доля надтепловых электронов в плотности плазмы на внешней стороне экваториальной плоскости тороида, рассчитанная по формуле (33), $\delta_{\text{hot}} = 1,8 \cdot 10^{-4}$

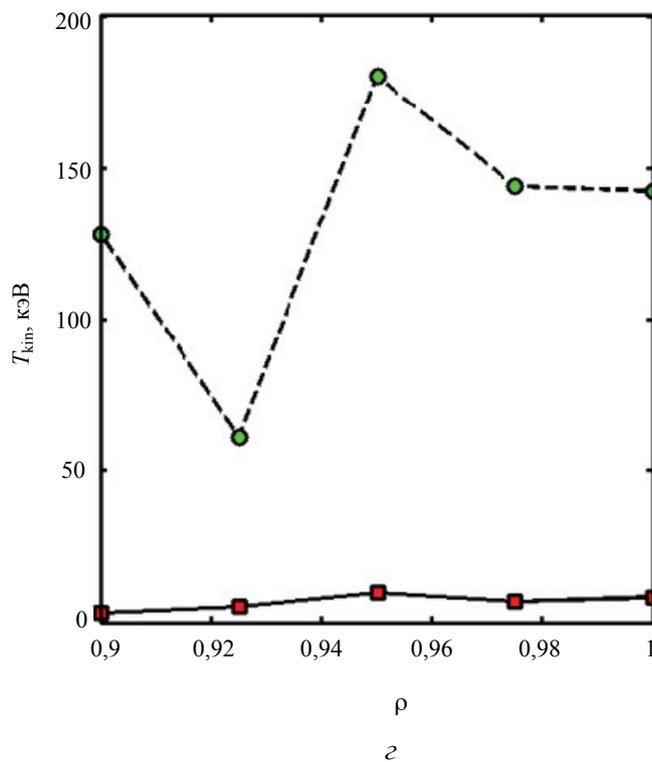
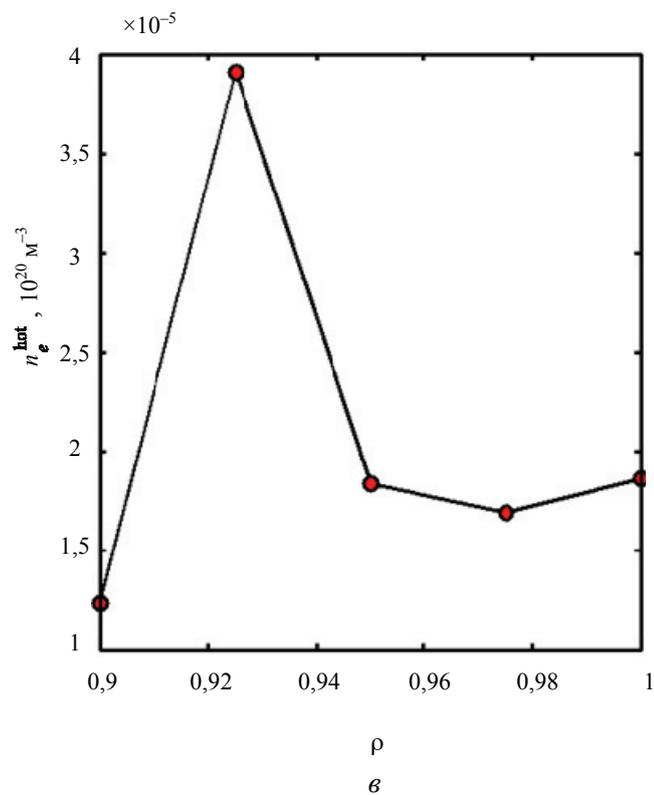
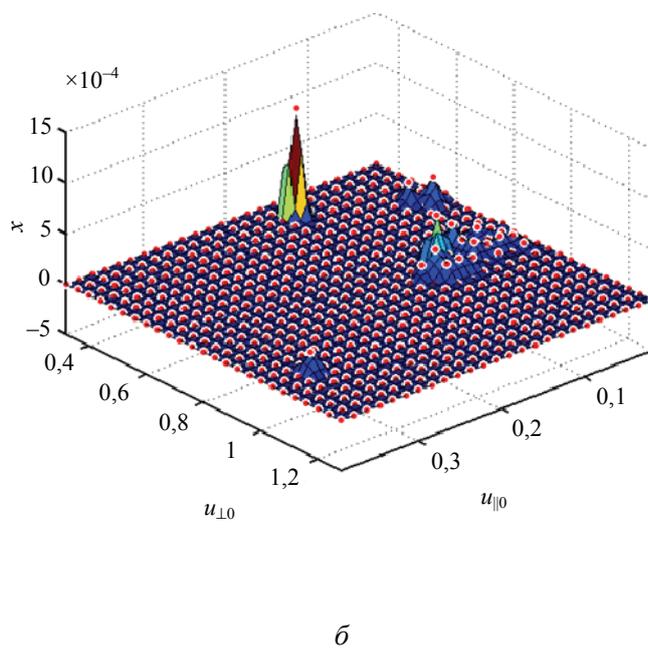
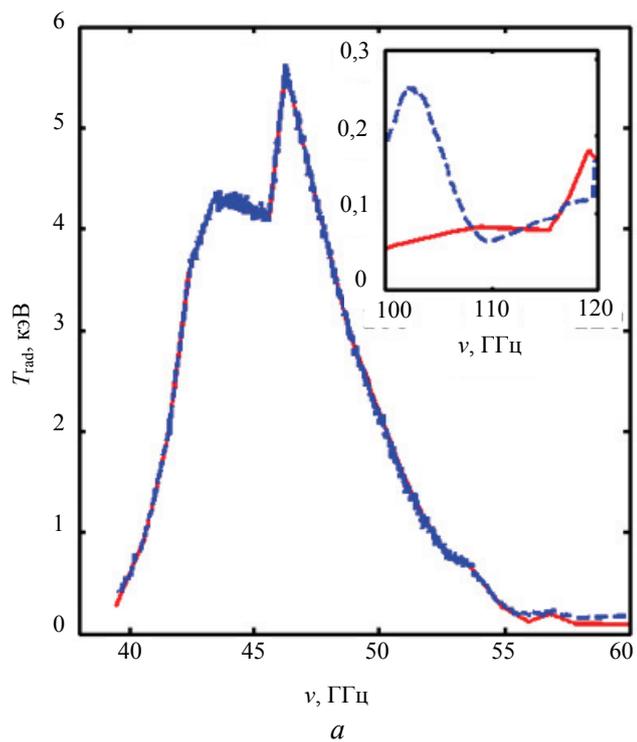


Рис. 9. То же, что и на рис. 8, но для случая кривой № 10 на рис. 2 в [1] (разряд № 36057). Характеристики ФР надтепловых электронов: $\langle T_{\text{kin}} \rangle = 145$ кэВ, $\langle T_{\text{kin}\parallel} \rangle = 7$ кэВ, $\langle T_{\text{kin}\perp} \rangle = 128$ кэВ. Доля надтепловых электронов в плотности плазмы на внешней стороне экваториальной плоскости тороида $\delta_{\text{hot}} = 3,7 \cdot 10^{-4}$

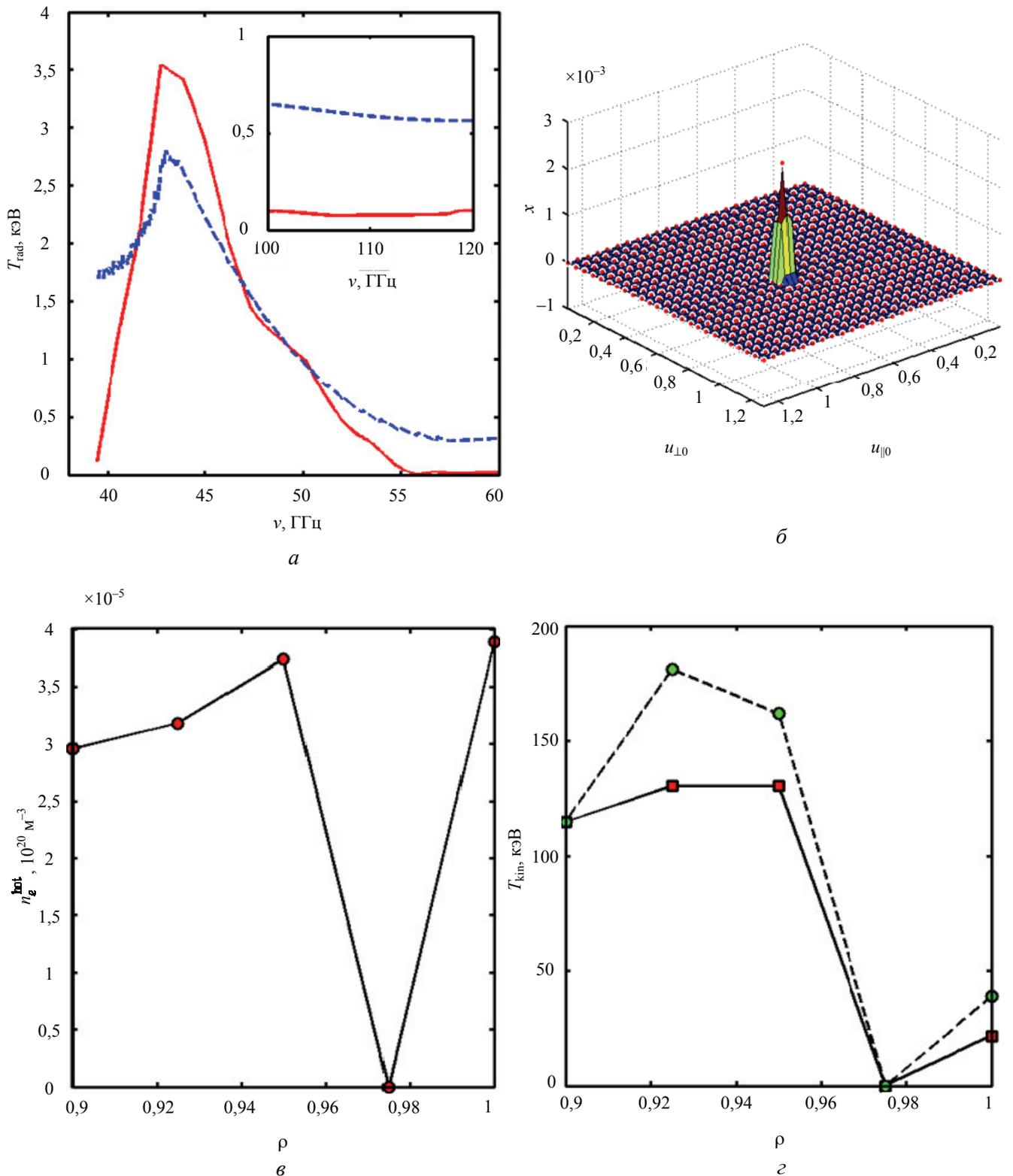


Рис. 10. То же, что и на рис. 8, но при оптимизации не учитывался вклад от запертых частиц в спектр радиационной температуры. Характеристики ФР надтепловых электронов: $\langle T_{\text{кин}} \rangle = 168$ кэВ, $\langle T_{\text{кин} \parallel} \rangle = 60$ кэВ, $\langle T_{\text{кин} \perp} \rangle = 78$ кэВ. Доля надтепловых электронов в плотности плазмы на внешней стороне экваториальной плоскости тороида $\delta_{\text{hot}} = 4,8 \cdot 10^{-4}$. Видно существенное ухудшение степени близости расчётного спектра к экспериментальному по сравнению с рис. 8. Решение такой задачи призвано показать важность учёта запертых частиц для достижения наилучшего совпадения расчётного и экспериментального спектров

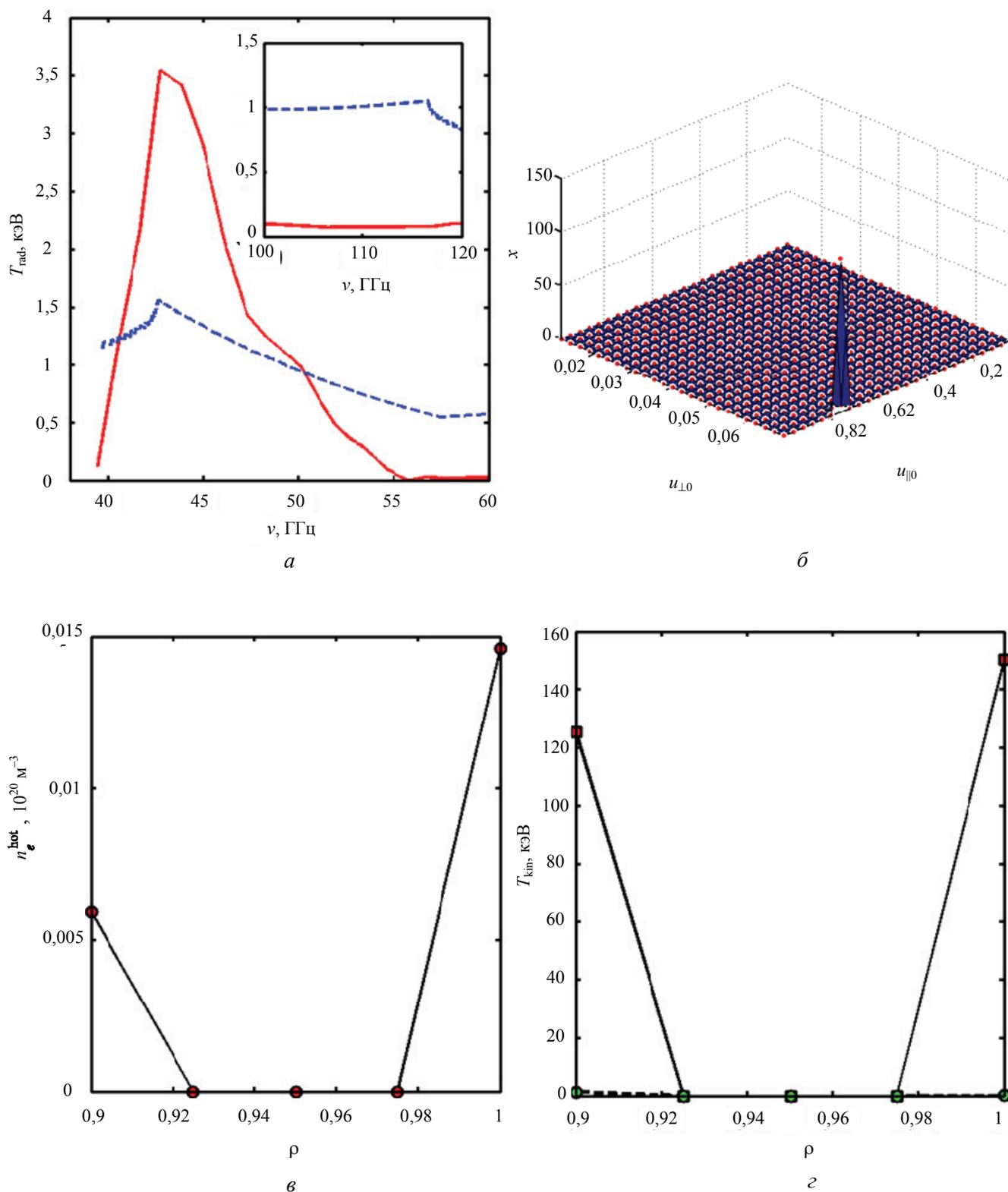


Рис. 11. То же, что и на рис. 8, но при оптимизации было ограничено сверху значение поперечного импульса, $u_{\perp} < 0,07$. Характеристики ФР надтепловых электронов: $\langle T_{\text{kin}} \rangle = 35$ кэВ, $T_{\text{kin} \parallel} = 10$ кэВ, $\langle T_{\text{kin} \perp} \rangle = 0,0236$ кэВ. Доля надтепловых электронов в плотности плазмы на внешней стороне экваториальной плоскости тороида $\delta_{\text{hot}} = 7,3 \cdot 10^{-2}$. Видно существенное ухудшение степени близости расчётного спектра к экспериментальному по сравнению с рис. 8. Решение такой задачи призвано показать важность высоких значений поперечного импульса для достижения наилучшего совпадения расчётного и экспериментального спектров

ВЫВОДЫ

В настоящей работе сформулирована и решена обратная задача восстановления функции распределения надтепловых электронов по параллельной и перпендикулярной магнитному полю проекциям импульса на периферии плазменного шнура. Рассмотрен случай локализации надтепловых электронов, подсказанный результатами экспериментов [1], а именно когда надтепловые электроны находятся в слое шириной 3 см на границе шнура. Показано, что в омическом режиме надтепловые электроны являются частицами, сильно запертыми на внешнем обводе тора. При этом их характерная кинетическая энергия лежит в диапазоне $\sim 150\text{—}200$ кэВ, а плотность составляет долю $\sim 10^{-4}$ от основной плазмы в указанной области плазмы. Отметим, что хотя найденная функция распределения неравновесна, её роль в динамике плазмы не обязана быть значимой, поскольку доля частиц в надтепловом компоненте мала. По этой же причине (а также ввиду малости плотности основной плазмы на периферии) трудно ожидать вклада коллективных процессов испускания ЭЦ-волн этими электронами.

Поскольку в основе разработанной модели лежат почти свободное распространение и изотропность ЭЦ-излучения между металлической стенкой вакуумной камеры и зоной отсечки в плазме, можно говорить о косвенной экспериментальной проверке метода расчёта, ранее развитого в [8, 9—12] для случая реакторов-токамаков. Действительно, в горячей плазме с сильным тороидальным магнитным полем ЭЦ-излучение, значимое для локальных и полных потерь мощности, лежит в области больших частот. Так, для индуктивного и стационарного сценариев разряда в ИТЭР эффективный номер гармоник для среднего по поверхности вакуумной камеры коэффициента отражения излучения от стенок, равного 0,6, оказывается в районе частот, отвечающих номерам гармоник $n \sim 5$ и $n \sim 6$ (без учёта релятивизма в ЭЦ-частоте). Это ЭЦ-излучение «заперто» во всём объёме благодаря отражению от стенок камеры (это есть нелокальное удержание ЭЦ-излучения в отличие от излучения малых частот ($n = 1, 2$), запертого в узком слое плазмы вплоть до чернотельного излучения и потому широко используемого для диагностики пространственного профиля температуры основной плазмы). Для промежуточных частот «запирание» осуществляется в меньшем объёме во внешней части плазмы, будучи ограниченным изнутри внутренней зоной оптической непрозрачности. Поэтому возможность аппроксимации наблюдаемого спектра на пониженных частотах в рамках формализма, очень близкого к [8, 9—12], для разных режимов разряда в токамаке Т-10 и в разные фазы разряда может свидетельствовать о возможности наблюдения нелокальности механизмов переноса ЭЦ-излучения на этих частотах.

Полученные здесь результаты для функции распределения ставят неординарный вопрос о возможном механизме образования таких надтепловых электронов. Действительно, при отсутствии ЭЦ-нагрева, известного своей способностью создавать сильно запертые энергичные электроны, существование фракции электронов с резким преобладанием поперечного импульса над продольным представляется весьма неожиданным. Наблюдение в [2] аналогичной особенности в спектре на довольно малых частотах в аналогичных условиях, без ЭЦ-нагрева, было интерпретировано там как результат ЭЦ-излучения от надтепловых электронов, образованных в результате мазерного эффекта, правда, согласно гипотезе [2] это были пролётные частицы. Аналогичные особенности низкочастотного спектра были недавно зафиксированы на токамаке ФТ-2 [5]. Поэтому нам представляется, что выходящий за рамки настоящей работы вопрос о механизме образования сильно запертых и достаточно высокоэнергичных электронов в омических разрядах в токамаке Т-10 может представить интерес для теории и практики экспериментов не только на токамаке Т-10, но и на других установках с малой плотностью плазмы на периферии.

Авторы благодарны А.В. Тимофееву за детальный анализ статьи, В.Л. Вдовину, В.А. Вершкову и В.И. Ильгисонису — за плодотворные обсуждения результатов. Работа поддержана Госкорпорацией «Росатом» по контракту № Н.4а.52.90.12.1006 и грантом НШ-4361.2012.2 Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Позняк В.И., Гридина Т.В., Питерский В.В., Плоскирев Г.Н. и др. — ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2011, с. 90.
2. Kurzan B., Steuer K.H., Suttrop W. — Review of Scientific Instruments, 1997, vol. 68, p. 423.
3. Kato K., Hutchinson I.H. — Physics of Fluids, 1987, vol. 30, p. 3809.

4. **Ide S., Ogura K., Tanaka H., Iida M., et al.** — Nuclear Fusion, 1989, vol. 29, p. 1325.
5. **Лашкул С.И., Рождественский В.В., Алтухов А.Б., Дьяченко В.В. и др.** — В сб.: XXXIX Международная (Звенигородская) конференция по физике плазмы и УТС, 2012.
6. **Hutchinson I.H., Kato K.** — Nuclear Fusion, 1986, vol. 26, p. 179.
7. **Klimanov I.** — PhD Thesis, Lausanne:EPFL, 2005.
8. **Tamor S.** — Report SAI-023-81-189LJ/LAPS-72, 1981.
9. **Kukushkin A.B.** — In: Proc. of the 14th IAEA Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. Wuerzburg, Germany, 1992.
10. **Cherepanov K.V., Kukushkin A.B.** — In: Proc. of the 20th IAEA Fusion Energy Conf. Vilamoura, Portugal, 2004.
11. **Kukushkin A.B., Minashin P.V.** — In: Proc. of the 36th EPS Conf. on Plasma Physics. Sofia, Bulgaria, 2009.
12. **Кукушкин А.Б., Минашин П.В., Полевой А.Р.** — Физика плазмы, 2012, т. 38, с. 211.
13. **Bornatici M., Cano R., De Barbieri O., Engelmann F.** — Nuclear Fusion, 1983, vol. 23, p. 1153.



Павел Вадимович Минашин, аспирант; НИЦ «Курчатовский институт», 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1, Россия



Александр Борисович Кукушкин, в.н.с., д.ф.-м.н., лауреат премий им. И.В. Курчатова; НИЦ «Курчатовский институт», 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1, Россия
kuka@nfi.kiae.ru



Валерий Иванович Позняк, руководитель группы, к.ф.-м.н., лауреат премий им. И.В. Курчатова; НИЦ «Курчатовский институт», 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1, Россия
pozn@tokamak.ru

Статья поступила в редакцию 28 марта 2012 г.
Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Термоядерный синтез, 2012, вып. 2, с. 94—108.