

УДК 621.039.616

## ПОСТРОЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ МЕТОДОМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПЛАЗМЫ ДЛЯ СИНТЕЗА РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПЛАЗМЕННЫМ ШНУРОМ ТОКАМАКА Т-15

М.Л. Дубров<sup>1</sup>, В.Э. Лукаш<sup>1</sup>, Р.Р. Хайрутдинов<sup>1</sup>, В.Н. Докука<sup>1, 2</sup>, М.М. Соколов<sup>1</sup>

НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия

Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований, Троицк, Москва, Россия

Работа посвящена получению линейных моделей эволюции параметров плазмы токамака Т-15 методом идентификации, т.е. на основе динамических откликов параметров плазмы на управляющие сигналы специальной формы, приложенные к катушкам полоидальной магнитной системы. Отклики получались численно с помощью нелинейной модели, реализованной в коде ДИНА. Получены отклики токов в катушках полоидальной магнитной системы Т-15, тока плазмы, зазоров между границей плазмы и первой стенкой, положения магнитной оси плазмы на тестовые напряжения. По полученным данным построена линейная модель электромагнитной системы и плазменного шнура Т-15. Проведено сравнение результатов расчётов, выполненных на различных линейных моделях с расчётами эволюции плазмы Т-15 в омическом разряде, выполненными по нелинейной модели на основе кода ДИНА.

**Ключевые слова:** токамак, линейные модели, код ДИНА, плазма, система управления.

## LINEAR IDENTIFICATION MODELS FOR SYNTHESIS OF REGULATORS FOR T-15 PLASMA CONTROL SYSTEM

M.L. Dubrov<sup>1</sup>, V.E. Lukash<sup>1</sup>, R.R. Khayrutdinov<sup>1</sup>, V.N. Dokuka<sup>1, 2</sup>, M.M. Sokolov<sup>1</sup>

NRC «Kurchatov Institute», Moscow, Russia

Troitsk Institute for Innovation and Fusion Research (TRINITI), Troitsk, Moscow, Russia

The work is dedicated to the development of linear models of the plasma parameters evolution in the T-15 tokamak by the identification method, i.e. based on the direct measurement of the plasma parameters dynamic response to the control signals of the special form applied to poloidal field coils. Measurements were carried out by use of a non-linear numerical model implemented in the DINA code. Response currents in the coils of the T-15 poloidal magnetic system, the plasma current, the gaps between the plasma boundary and the first wall, the position of the magnetic axis of the plasma to test voltages applied to poloidal coils are obtained. On the base of these data the linear model of the electromagnetic system and of the plasma column of T-15 tokamak was created. A comparison of the simulation results of the T-15 plasma evolution obtained in various linear models with data, calculated by use of a non-linear model based on the DINA code has been carried out.

**Key words:** tokamak, linear models, DINA, plasma, control system.

DOI: 10.21517/0202-3822-2017-40-1-56-67

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в НИЦ «Курчатовский институт» осуществляется модернизация токамака Т-15 [1]. В связи с тем, что плазма в этом токамаке должна иметь вытянутое по вертикали поперечное сечение, она будет неустойчивой в вертикальном направлении и токамак должен быть оснащён эффективной системой магнитного управления положением и формой плазмы [2—5]. Эта система является частью информационно-управляющей системы (ИУС) установки Т-15 [6]. Проект такой системы включает несколько объединённых вычислительных модулей для автоматизированного расчёта и подготовки сценария разряда. Одной из наиболее сложных систем, входящих в ИУС Т-15, является система управления плазмой (СУП). С её помощью осуществляется поддержание параметров плазмы токамака в пределах значений, заданных сценарием разряда. Составной частью СУП является система магнитного управления, с помощью которой поддерживаются программируемые параметры формы плазмы и обеспечивается устойчивость её положения. Для разработки системы магнитного управления применяются современные методы теории автоматического управления с учётом опыта работы таких систем на других токамаках. Для построения регуляторов обычно используются упрощённые линейные модели объекта управления в различных временных точках сценария разряда [7]. В данной статье описано применение метода идентификации для получения линейных моделей токамака Т-15, используемых при построении системы магнитного управления плазмой в разрядах с омическим нагревом, которые характеризуются малой продолжительностью стационарной стадии (~1 с).

В статье дано общее описание линейных моделей в пространстве состояний применительно к токамаку Т-15, приведена методика построения линейных моделей Т-15 методом идентификации, включающая в себя идентификацию по напряжениям и токам, приведена полная линейная модель плазмы, в заключение приведены краткие выводы по проделанной работе.

### ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

В настоящее время наиболее хорошо развиты методы построения регуляторов, гарантированно обеспечивающих заданные характеристики управления при работе с линейными объектами управления [8]. Под линейным объектом понимается объект, динамика параметров которого описывается системой обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Примером такого объекта может служить следующая модель:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t); \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где  $\mathbf{u}$  — вектор управляющих сигналов;  $\mathbf{y}$  — вектор измеряемых величин;  $\mathbf{x}$  — вектор состояния системы;  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  — матрицы, полностью задающие поведение объекта управления, если известно его состояние  $\mathbf{x}_0$  в начальный момент времени. Данная модель называется представлением объекта в пространстве состояний, так как в неё явно входит вектор состояния. Для наглядности перечисленные векторы схематически представлены на рис. 1.



Рис. 1. Схема представления объекта управления

Возможно также представление объекта управления в виде передаточной матрицы для преобразований Лапласа входного и выходного сигналов. При нулевых начальных условиях  $\mathbf{u}(t < 0) = 0$ ,  $\mathbf{y}(t < 0) = 0$  передаточная матрица определяется по формуле

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{u}(s), \tag{2}$$

здесь  $s$  — комплексная переменная;  $\mathbf{u}(s) = \int_{t=0}^{+\infty} \mathbf{u}(t) \exp(-st) dt$ ,  $\mathbf{y}(s) = \int_{t=0}^{+\infty} \mathbf{y}(t) \exp(-st) dt$  — одностороннее

преобразование Лапласа (так как начальные условия нулевые) для входных и выходных сигналов. Если известно представление в пространстве состояний, то возможен переход к представлению в виде передаточной матрицы  $\mathbf{H}(s)$  единственным образом по формуле

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}, \tag{3}$$

где  $\mathbf{I}$  — единичная матрица.

Способ обратного перехода к представлению в пространстве состояний не единственный и зависит от предпочитаемой формы матриц  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  и соответственно смысла вектора состояния  $\mathbf{x}$ . Это видно из того, что любое преобразование вида

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{P}\mathbf{x}, \det(\mathbf{P}) \neq 0 \tag{4}$$

при заданных управлениях  $\mathbf{u}$  оставляет неизменными измерения  $\mathbf{y}$ :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{u}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t); \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{P}^{-1}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) = \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \end{aligned} \tag{5}$$

и позволяет перейти к другому базису в пространстве состояний с тем лишь естественным ограничением, что матрица преобразования  $\mathbf{P}$  должна быть невырожденной.

Модели объектов управления принято различать в зависимости от размерности векторов входных и выходных сигналов. В простейшем для анализа объекта случае, когда у него имеется один входной сиг-

нал и один выходной, — это объект SISO (Single Input Single Output). В более сложном общем случае объект имеет несколько входов и несколько выходов — объект MIMO (Multiple Input Multiple Output).

В настоящее время наиболее развитые методы построения регуляторов линейного MIMO-объекта используют его представление в пространстве состояний. Однако динамика многих реальных объектов, таких как токамак, описывается сложными нелинейными уравнениями, которые допускают линеаризацию лишь приближенно в некоторой окрестности значений рабочих параметров. При этом качество получаемых линейных моделей играет важную роль в достижении высоких характеристик системы управления. Если регулятор обеспечивает необходимые параметры переходных процессов и уровни статических ошибок управляемых величин на линейной модели, то качество работы такого регулятора на реальном объекте определяется степенью подобия линейной модели реальному объекту. Если же поведение линейной модели может заметно отличаться, то при настройке регулятора приходится увеличивать его запасы устойчивости, жертвуя качеством управления, в противном случае есть опасность дестабилизации системы управления из-за недостаточного учёта неопределённости динамики реального объекта при синтезе регулятора.

В связи с этим обстоятельством разработка системы магнитного управления T-15 включает построение линейных моделей эволюции плазмы на отдельных стадиях сценария разряда, на которых по-

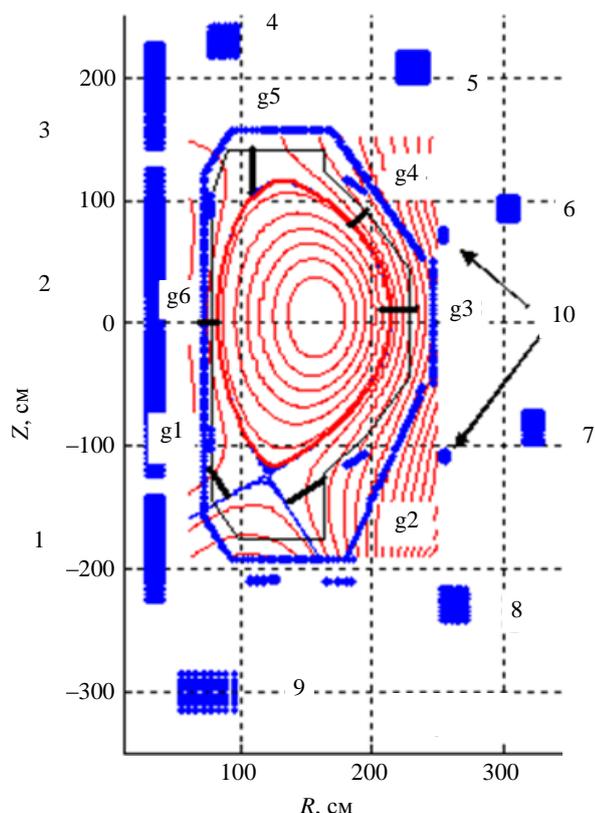


Рис. 2. Полоидальная магнитная система T-15 и зазоры между плазмой и первой стенкой

ведение плазмы существенно отличается. Обще-принятым способом построения стандартных линейных моделей токамаков является линеаризация контурных уравнений, описывающих динамику токов в плазме и проводящих элементах установки [9, 10]. Построенные с использованием таких моделей регуляторы не обеспечивали достаточный запас устойчивости замкнутой системы. В связи с этим для получения линейных моделей использован другой способ — метод идентификации [11], применяемый в теории автоматического управления. Метод идентификации использует для построения линейной модели объекта данные измерения динамических откликов параметров плазмы на управляющие сигналы специальной формы. В данной работе в качестве объекта для измерения откликов токамака T-15 использовалась его численная нелинейная модель, реализованная в плазмозфизическом коде ДИНА [12]. Расчёты, связанные с идентификацией и обработкой результатов, выполнялись в среде MATLAB. Входами 1—10 объекта управления являются напряжения на 10 катушках полоидальной магнитной системы (ПМС) (рис. 2). Выходные параметры перечислены в таблице.

В процессе идентификации задавались возмущения напряжений на входах модели T-15 и определялись отклики выходных сигналов. Зависимость откликов параметров плазмы аппроксимировалась линейной моделью с использованием теории идентификации [11].

Результаты моделирования эволюции плазменных параметров T-15 по линейной модели идентификации сравнивались с поведением этих же параметров плазмы, рассчитанным с помощью

**Описание вектора выходных сигналов объекта идентификации**

Координаты	Изменяемые параметры
$y_1$	Вертикальное положение плазменного шнура $Z(t)$
$y_{2-7}$	Зазоры $g_1$ — $g_6$ (рис. 2) между плазмой и первой стенкой
$y_8$	Горизонтальное положение плазменного шнура $R(t)$
$y_9$	Ток плазмы
$y_{10-19}$	Токи в обмотках ПМС 1—10

нелинейной модели (код ДИНА [12]), а также с помощью стандартной линейной модели [13], полученной путём прямой линеаризации нелинейной модели плазмы в заданные моменты времени. Рассматривались две временные точки сценария разряда в Т-15 с омическим нагревом плазмы и максимальным током 2 МА (рис. 3). Первая временная точка соответствует лимитерной плазменной конфигурации с током 1 МА (рис. 4, а), вторая соответствует диверторной плазменной конфигурации с током 2 МА (рис.

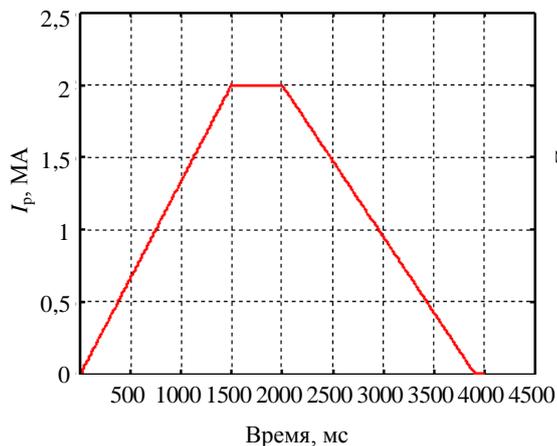


Рис. 3. Эволюция плазменного тока в рассматриваемом сценарии разряда Т-15 с омическим нагревом

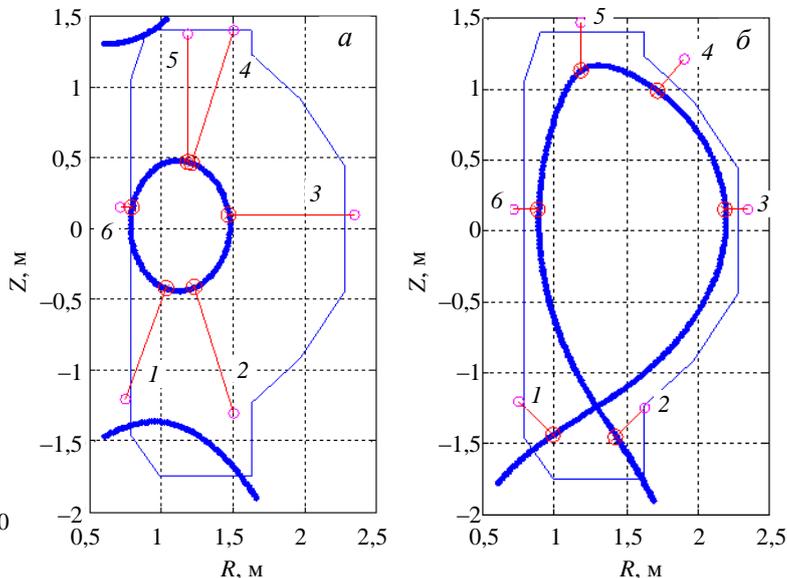


Рис. 4. Первая временная точка сценария, соответствующая лимитерной плазме Т-15 током 1 МА (а), вторая временная точка сценария, соответствующая диверторной плазме Т-15 током 2 МА (б)

4, б). Цифрами на этих рисунках показаны места, где определяются зазоры между границей плазмы и вакуумной стенкой.

Выбор в качестве нелинейной модели токамака плазмофизического кода ДИНА для синтеза линейной модели методом идентификации мотивирован тем, что симуляторы на основе этого кода эффективно использовались для моделирования управляемых разрядов на токамаках TCV [14], JT-60U [15], ДШ-D [16], ГЛОБУС-М [17], КТМ [18].

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ТОКАМАКА Т-15

Идентификация в данной работе заключается в создании упрощённой модели сложного динамического объекта и построении линейной ММО-системы путём обработки реакции нескольких параметров нелинейной модели объекта на различные входные сигналы. Одним из способов идентификации, принятым в данной работе, является подача на один из входов модели сигнала заданной формы, при этом на остальные входы подаются нулевые сигналы. Измеряя соответствующие выходные сигналы, мы можем получить передаточные функции с данного входа на все выходы. Повторив наблюдение для каждого входа, находим передаточные функции от каждого входа к каждому выходу, образующие передаточную функцию  $H(s)$ , по которой нужно восстановить матрицы для представления модели в пространстве состояний. Такое представление может быть выполнено множеством способов, поскольку набор матриц  $A, B, C, D$ , реализующий данную передаточную функцию, не является единственным.

На практике обычно используются так называемые канонические реализации: управляемая каноническая форма и наблюдаемая каноническая форма. В случае SISO-объекта такие формы строятся следующим образом. Например, имеется передаточная функция

$$H(s) = \frac{n_1 s^2 + n_2 s + n_3}{s^3 + d_1 s^2 + d_2 s + d_3}. \quad (6)$$

Управляемая каноническая форма строится следующим образом:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -d_1 & -d_2 & -d_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t); \quad (7)$$

$$\mathbf{y}(t) = [n_1 \quad n_2 \quad n_3] \mathbf{x}(t).$$

Здесь входной сигнал проходит через цепочку интеграторов, влияя на каждый элемент вектора состояний, поэтому систему гарантированно можно привести к заданному состоянию  $\mathbf{x}$ . Благодаря этому свойству данная форма и называется управляемой.

Наблюдаемая каноническая форма строится следующим образом:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -d_1 & 1 & 0 \\ -d_2 & 0 & 1 \\ -d_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t); \quad (8)$$

$$\mathbf{y}(t) = [1 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}(t).$$

Здесь выходной сигнал даётся цепочкой интеграторов, содержащей каждый элемент вектора состояний, поэтому состояние системы гарантированно можно оценить за конечное время. Благодаря этому свойству данная форма и называется наблюдаемой.

Эти модели, конечно, не исчерпывают все способы реализации передаточных функций в пространстве состояний. Мы будем использовать именно наблюдаемую каноническую форму для МИМО-случая. Мотивацией к этому служит следующее. Для управления предполагается использование LQ-регулятора, в котором управляющие сигналы вычисляются по закону

$$\mathbf{u} = -K\mathbf{x}. \quad (9)$$

При этом вектор  $\mathbf{x}$  не может быть непосредственно измерен на реальном объекте (более того, он может вообще не иметь какой-либо конкретной физической интерпретации в зависимости от выбранного представления в пространстве состояний). Это означает, что регулятор должен как можно точнее оценить вектор  $\mathbf{x}$  по известным переданным в объект управляющим сигналам  $\mathbf{u}$  и полученным из объекта измерениям  $\mathbf{y}$  (именно в момент использования измерений для оценки  $\mathbf{x}$  замыкается обратная связь управления). Причём измерения играют доминирующую роль для оценки состояния по сравнению с управляющими сигналами, так как они получены непосредственно из наблюдения за объектом и отражают его реальное состояние (оценка состояния в принципе возможна только на основе измерений). Из-за сложности объекта и внутренних возмущений в нём управляющие сигналы могут приводить к не совсем ожидаемым по величине эффектам в измеряемых сигналах. Изменения в объекте могут происходить даже без прикладывания управляющих воздействий из-за его неустойчивости и различных помех (возмущений, для нейтрализации которых и делается регулятор). Благодаря этому оценка состояния невозможна только лишь на основе управлений, потому что со временем накапливаются ошибки, которые приводят к расхождению оцененного и реального состояний. Использование управлений для оценки состояния возможно только совместно с измерениями. От точности этой оценки сильно зависят робастные свойства регулятора. В итоге для представления передаточной функции выбирается именно наблюдаемая каноническая форма, так как она позволяет оценить состояние  $\mathbf{x}$  за минимальное время.

Для закона управления (9) матрица  $K$  вычисляется из решения задачи минимизации квадратичного функционала [8]

$$J = \int_0^{+\infty} (\mathbf{x}^T Q \mathbf{x} + \mathbf{u}^T R \mathbf{u} + 2\mathbf{x}^T N \mathbf{u}) dt. \quad (10)$$

Весовые матрицы  $Q$ ,  $R$ ,  $N$  полностью определяют характеристики регулятора и являются его настройками.

Средства пакета MATLAB позволяют реализовывать в пространстве состояний передаточные матрицы для МИМО-систем [19].

**Идентификация по напряжениям.** Методика построения линейной модели с помощью идентификации для обеих выбранных временных точек сценария разряда (см. рис. 4, а, б) аналогична. Результаты расчётов показаны для временной точки сценария разряда в диверторной конфигурации плазмы Т-15. Рассмотрим процесс идентификации влияния на нелинейный объект напряжения на 10-й обмотке (см. рис. 2), предназначенной для стабилизации вертикального положения плазмы. Эволюция вертикальной координаты центра плазмы Т-15 в процессе её свободного движения по вертикали (при нулевых управляющих напряжениях — свободный объект) показана синим цветом на рис. 5. Зелёным и красным цветом изображены эволюции центра плазмы в случае приложения к 10-й обмотке стационарного напряжения +100 В и -100 В соответственно. При этом движение плазмы по вертикали в первом случае ускоряется, во втором замедляется, при этом даже может измениться направление смещения.

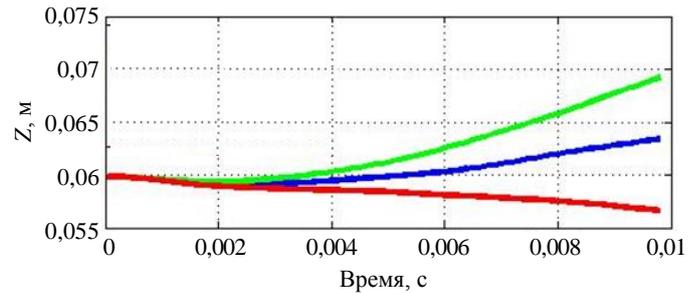


Рис. 5. Эволюция вертикальной координаты центра плазменного шнура Т-15 при различных напряжениях на 10-й обмотке для случая диверторной плазмы: —  $u_{10} = 0$  В ( $z_0(t)$ ); —  $u_{10} = 100$  В; —  $u_{10} = -100$  В

Вытянутая по вертикали плазма является неустойчивой относительно вертикального смещения, поэтому время эволюции ограничено характерным временем неустойчивости. Линеаризация объекта даёт один полюс с положительной действительной частью, близкой к  $80 \text{ с}^{-1}$ . Это соответствует характерному времени вертикальной неустойчивости плазмы порядка 10 мс, что мы и наблюдаем на рис. 5. За это вре-

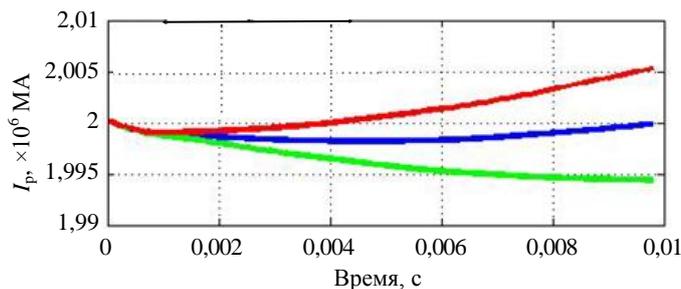


Рис. 6. Эволюция плазменного тока при различных напряжениях на второй обмотке для случая диверторной плазмы Т-15: —  $u_2 = 0$  В; —  $u_2 = 500$  В; —  $u_2 = -500$  В

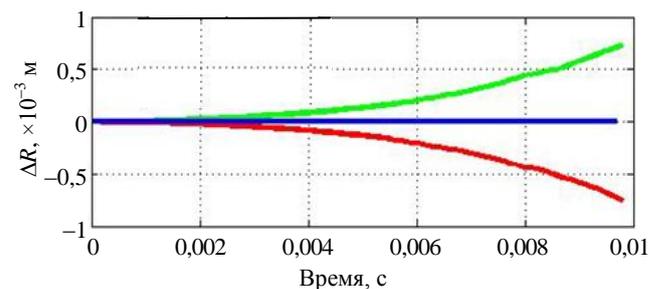


Рис. 7. Эволюция горизонтальной координаты центра плазменного шнура при различных напряжениях на седьмой обмотке для случая диверторной плазмы Т-15: —  $u_7 = 500$  В; —  $u_7 = -500$  В; —  $u_7 = 0$  В

мя граница плазмы достигает стенки камеры, после чего получаемые измерения выходов уже нельзя использовать для идентификации.

Далее рассмотрим отличия в поведении плазмы при различных стационарных входных сигналах в какой-нибудь одной обмотке, при этом к остальным обмоткам приложены нулевые напряжения. Примеры эволюции тока плазмы приведены на рис. 6, реакции горизонтальной координаты центра плазмы — на рис. 7 (на этом рисунке уже произведено вычитание отклика свободного объекта).

На графиках хорошо заметно, что если в качестве реакции объекта взять разность полученных откликов и отклика свободного объекта, то поведение красных и зелёных линий оказывается симметричным относительно синей линии, а значит, реакция объекта на воздействие будет линейной. Особенно наглядно симметричность показана на рис. 6, на котором результаты представлены после вычитания отклика свободного объекта. Аналогично линейны отклики системы на остальные выходы и с других входов. Именно эти линейные реакции и должны воспроизводиться получаемой линейной моделью.

Пусть теперь по измеренным данным нужно найти передаточную функцию десятого входа на первый выход (от обмотки вертикальной стабилизации на  $z$ -координату):

$$H_{10 \rightarrow 1}(s) = \frac{Y_1(s)}{U_{10}(s)}. \quad (11)$$

Преобразование Лапласа для постоянного сигнала даёт

$$U_{10}(s) = \frac{1}{s}. \quad (12)$$

Функцию  $Y_1(s)$  будем искать путём аппроксимации выходного сигнала функцией, преобразование Лапласа которой также вычисляется аналитически. В некоторых работах [20] задают линейную модель в виде передаточной функции

$$H(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad (13)$$

и ищут её параметры  $K, T_1, T_2$ . Это удобно, потому что сразу получаются характерные времена системы (или её полюсы). В нашем случае из-за вертикальной неустойчивости плазмы время моделирования оказывается слишком мало и полученные данные не позволяют достаточно обоснованно выбирать большое количество параметров. Будем использовать модель реакции выходного сигнала на постоянное во времени возмущение входного сигнала  $\Delta u$ , включённое в момент  $t = 0$ , в виде

$$y(t) = y_0(t) + u_c \left( a_1 t + \frac{1}{2} a_2 t^2 \right), \quad (14)$$

где  $y_0(t)$  — выходной сигнал в отсутствие возмущений входного сигнала. Этой модели соответствует передаточная функция

$$H(s) = \frac{a_1}{s^2} + \frac{a_2}{s} = \frac{a_1 + a_2 s}{s^2}. \quad (15)$$

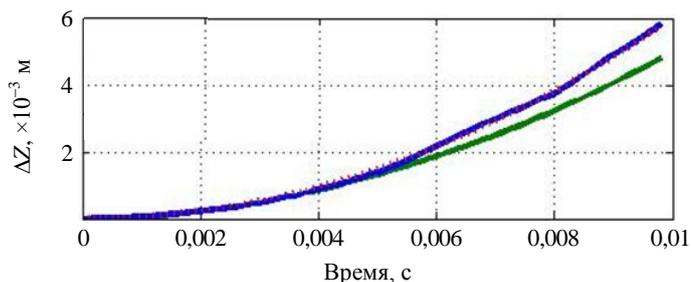


Рис. 8. Сравнение реакций вертикального положения плазмы на постоянное напряжение на 10-й обмотке ( $u_{10} = 100$  В), даваемых разными моделями для случая диверторной плазмы Т-15: — — линеаризация; — — ДИНА; •••• — идентификация

При этом один из параметров  $a_1, a_2$  часто оказывается нулевым. Такая модель является универсальной, так как представляет собой разложение выходного сигнала в ряд Маклорена при условии  $y(t=0) = 0$ . На достаточно больших временах, даже если реальный объект устойчив, эта модель ведёт себя неустойчиво и не соответствует объекту, т.е. горизонт предсказания состояния объекта по данной модели принципиально ограничен. Однако это не является препятствием, поскольку текущее состояние всегда может быть оценено и скорректировано

регулятором для получения заданных выходных сигналов в течение времени до горизонта аппроксимации, а он постоянно отодвигается с течением времени.

Для рассматриваемого примера (14) аппроксимация выходного сигнала  $\Delta Z$  линейной моделью идентификации в случае прикладывания к катушке 10 напряжения 100 В показана на рис. 8.

Синяя линия отвечает реакции нелинейной модели, красные точки — её аппроксимация, зелёная линия — реакция, рассчитанная с помощью классической линейной модели. Приведём полученную передаточную функцию (здесь коэффициент  $a_1$  равен 0):

$$H(s) = \frac{13,46}{s^2}. \quad (16)$$

Аналогичным образом находим все передаточные функции (с каждого входа на каждый выход), затем составляем из них передаточную матрицу. С помощью средств MATLAB передаточная матрица реализуется в пространстве состояний в наблюдаемой канонической форме.

Представляя аналогичным способом реакции остальных величин (зазоры между плазмой и стенкой, ток плазмы, радиальное положение шнура), можно записать в общем виде

$$y_i(t) = y_{i0}(t) + \sum_k f_{ik} u_k \Big|_{t=0} t + \frac{1}{2} \sum_k g_{ik} u_k \Big|_{t=0} t^2 \quad (17)$$

или

$$\Delta y_i(t) = \sum_k f_{ik} u_k \Big|_{t=0} t + \frac{1}{2} \sum_k g_{ik} u_k \Big|_{t=0} t^2.$$

Здесь  $y_{i0}(t)$  — эволюция  $y_i$  при  $\Delta u_k = 0$  (свободное поведение неуправляемого объекта).

Данное квадратичное представление откликов позволяет определять вектор состояния  $\mathbf{x}$  линейной модели непосредственно по измерениям  $\mathbf{y}$ . Линейная модель в пространстве состояний может быть получена с помощью следующей замены переменных:  $x_{1i} = \Delta y_i(t)$ ;  $x_{2i} = d\Delta y_i(t)/dt$ . Таким образом, добавляя влияние входных сигналов, можно записать

$$\begin{cases} \frac{dx_{1i}(t)}{dt} = x_{2i} + \sum_k f_{ik} u_k; \\ \frac{dx_{2i}(t)}{dt} = \sum_k g_{ik} u_k. \end{cases} \quad (18)$$

Если представить  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_{1i} \\ x_{2i} \end{bmatrix}$ , то можно получить (18) в стандартной форме (1), где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} f_{11} \dots f_{1m} \\ g_{11} \dots g_{1m} \\ \dots \\ f_{n1} \dots f_{nm} \\ g_{n1} \dots g_{nm} \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad D = 0. \quad (19)$$

По построению размерность матрицы  $A$  составит  $(2n, 2n)$ , матрицы  $B$  —  $(2n, n)$ , матрицы  $C$  —  $(n, 2n)$ .

На рис. 9 показано также сравнение эволюций тока плазмы и горизонтального положения плазмен-

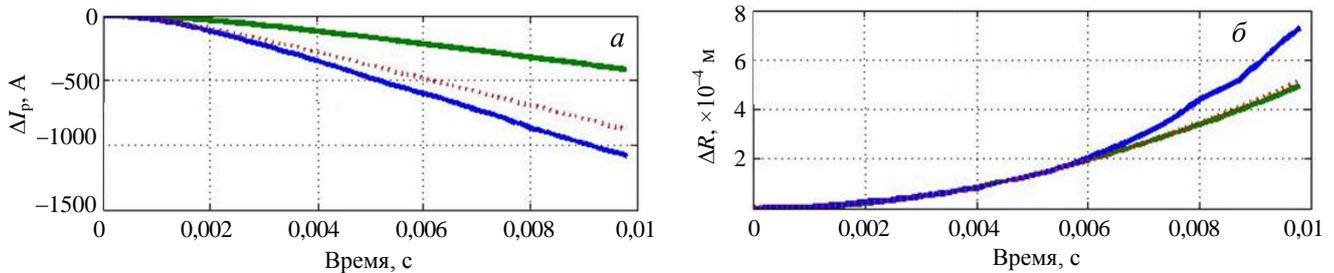


Рис. 9. Эволюция тока плазмы ( $u_2 = 100$  В) (а) и радиального положения плазменного шнура ( $u_7 = 500$  В) (б), полученная различными моделями для случая диверторной плазмы Т-15: — линейаризация; — ДИНА; ···· — идентификация

ного шнура, даваемых нелинейной моделью, идентифицированной моделью и моделью, полученной стандартным методом линейаризации. В сравнении с кодом ДИНА идентифицированная линейная модель описывает поведение некоторых параметров плазмы Т-15 существенно лучше, чем стандартная линейная модель [13]. Полученная линейная модель (19) используется для разработки магнитного регулятора параметров плазмы через подачу напряжения на обмотки полоидального поля.

Дополнительно для сравнения линейных моделей, полученных классическим методом линейаризации [13] и методом идентификации, проделаны расчёты отклика Z-координаты плазменного шнура на постоянное напряжение, прикладываемое к каждой обмотке полоидального поля (на токамаке Т-15 предусмотрено 10 обмоток, предназначенных для управления, см. рис. 2). Такие же расчёты выполнены на нелинейной модели (код ДИНА), с результатами которых сравниваются результаты расчётов по линейным моделям. В качестве меры совпадения откликов использован безразмерный параметр

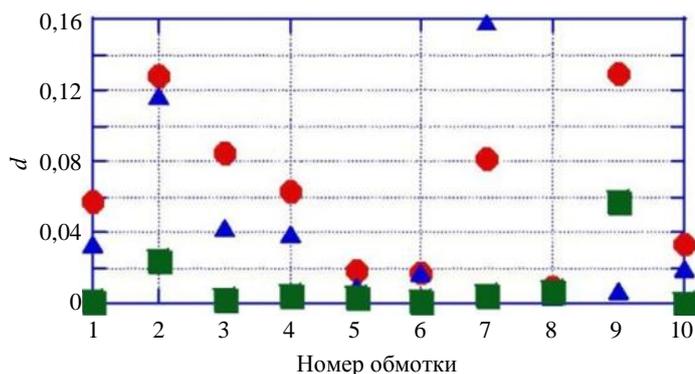


Рис. 10. Относительные ошибки откликов вертикального положения плазмы, рассчитанных по линейным моделям, полученным различными способами для случая диверторной плазмы Т-15: ● — линеаризация,  $R_p = 0$ ; ▲ — линеаризация,  $R_p \neq 0$ ; ■ — идентификация

ответствует нелинейной модели по сравнению со стандартными линейными моделями [13]. В описанном подходе отклонения идентифицированных моделей обусловлены выбором аппроксимации формы отклика, а также длительностью измерений, на основе которой оцениваются коэффициенты аппроксимирующей зависимости. При надлежащем выборе этих параметров всегда можно обеспечить допустимые относительные ошибки откликов.

**Идентификация по токам.** Ранее описан способ идентификации, при котором определяются отклики параметров плазмы на напряжения, подаваемые на обмотки полоидального поля. Аналогичным образом с помощью кода DINA можно получить отклики непосредственно на изменения токов в обмотках полоидальной системы и построить соответствующую линейную модель. При этом токи в обмотках полоидального поля считаются независимыми, во-первых, друг от друга, во-вторых, от процессов в плазме. Первое возможно обеспечить, если учитывать в управлении токами индуктивную связь обмоток полоидального поля, тогда их можно расцепить и управлять токами в них независимо. Второе обусловлено пассивными структурами, находящимися между плазмой и обмотками управления, а также значительной абсолютной величиной токов в этих обмотках. В рабочих режимах форма плазмы изменяется медленно по сравнению с временами пассивных структур, поэтому данное предположение хорошо выполняется.

Для увеличения времени эволюции плазмы, доступного для сбора информации об откликах, плазменный шнур Т-15 стабилизирован по вертикали с помощью регулятора  $u_{10} = -K \frac{d\Delta z}{dt}$ . Для аппроксимации откликов зазоров и тока плазмы на приращения токов в обмотках использовалась

модель в виде передаточной матрицы

$$\Delta y_i = G_{ik} \Delta I_k,$$

где

$$G_{ik} = \frac{K_{ik}}{t_{ik}s + 1}. \quad (21)$$

Здесь определению подлежат коэффициенты  $K_{ik}$  и  $t_{ik}$ . Приращение тока каждой обмотки поочередно задаётся, при этом в остальных обмотках приращения токов нулевые. Расчёт производится для каждой обмотки в отдельности. Это позволяет по найденным зависимостям аппроксимировать непосредственно коэффициенты  $K_{ik}$  и  $t_{ik}$ . Такой вид  $G_{ik}$  самый простой по количеству свободных параметров, который описывает как статическую связь токов с параметрами формы плазмы (пропорциональность  $K_{ik}$ ), так и динамическую реакцию, обусловленную запаздыванием (на

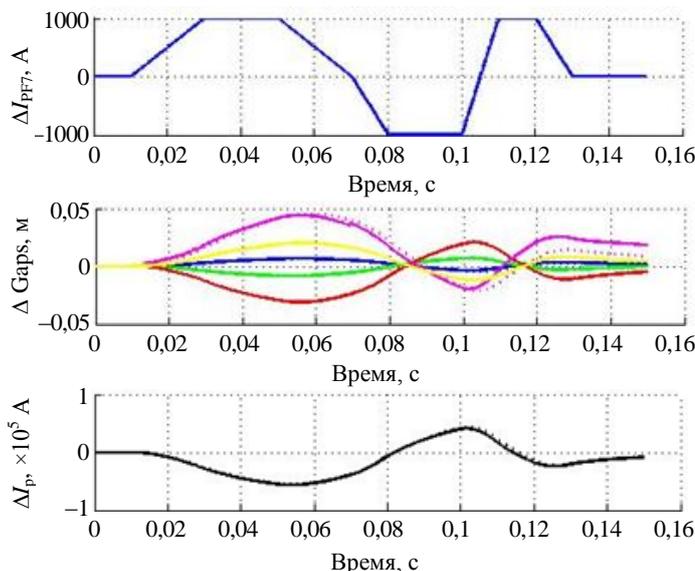


Рис. 11. Отклики зазоров 1—5 и тока плазмы на изменение тока в седьмой обмотке для лимитерной конфигурации плазмы

время  $t_{ik}$ ) из-за экранировки пассивными элементами установки.

В качестве примера на рис. 11 показаны результаты вычислений кодом DINA откликов на изменение тока в седьмой обмотке. Точками показаны аппроксимации откликов передаточными функциями. Хорошее соответствие аппроксимирующих графиков подтверждает корректность используемого типа передаточных функций.

Для верификации этой линейной модели использован расчёт, в котором изменения претерпевают все токи полоидальной системы одновременно благодаря напряжению, приложенному к нескольким обмоткам. На рис. 12 показано сравнение откликов некоторых параметров плазмы, рассчитанных с помощью кода DINA и идентифицированной моделью, на вход которой подавались получающиеся токи в обмотках, также рассчитанные кодом DINA. Видно хорошее совпадение полученной линейной модели с нелинейной моделью кода DINA.

Полученная линейная модель может быть использована для управления плазмой с помощью токового регулятора, определяющего такие приращения токов обмоток, которые приведут параметры плазмы к заданным значениям. Реализовывать такие приращения токов можно с помощью второго контура управления, содержащего регулятор токов, подающий на полоидальные обмотки, необходимые для этого напряжения. Такой регулятор, построенный описанным способом идентификации по напряжениям, может быть получен на основе линейной модели отклика токов обмоток на напряжения. Таким образом можно получить двухконтурный регулятор с отдельным управлением токами обмоток и параметрами плазмы. Преимуществом такого регулятора является возможность динамически легко изменять приоритет слежения системы управления за близостью к программируемым значениям либо токов полоидальной системы, либо параметров плазмы.

### ПОЛНАЯ ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ПЛАЗМЫ

Если используется идентификация по токам, то для получения полной линейной модели токамака, на входе которой были бы напряжения обмоток полоидального поля, необходимо иметь также модель электромагнитной системы токамака. Описанная методика идентификации по напряжениям может быть применена и для построения линейной модели электромагнитной системы токамака, используя некоторые физические соображения. Известно, что плазменные процессы мало влияют на токи в обмотках полоидального поля, поэтому положительный полюс, связанный с неустойчивостью плазмы по вертикали, здесь можно не учитывать. Кроме того, при отсутствии напряжений на других обмотках величина тока в рассматриваемой обмотке преимущественно зависит от напряжения на этой же обмотке. Это даёт возможность аппроксимировать зависимость тока в обмотке от напряжения на ней передаточной функцией с одним устойчивым полюсом:

$$\Delta I_i = \frac{r_i}{T_i s + 1} \Delta U_i, \quad (22)$$

где  $r_i$  — известное сопротивление  $i$ -й обмотки, характерное время  $T_i$  обмотки, зависящее от индуктивности, подлежит определению. Когда определены все  $T_i$ , т.е. известны диагональные компоненты передаточной матрицы, можно искать недиагональные передаточные функции в виде

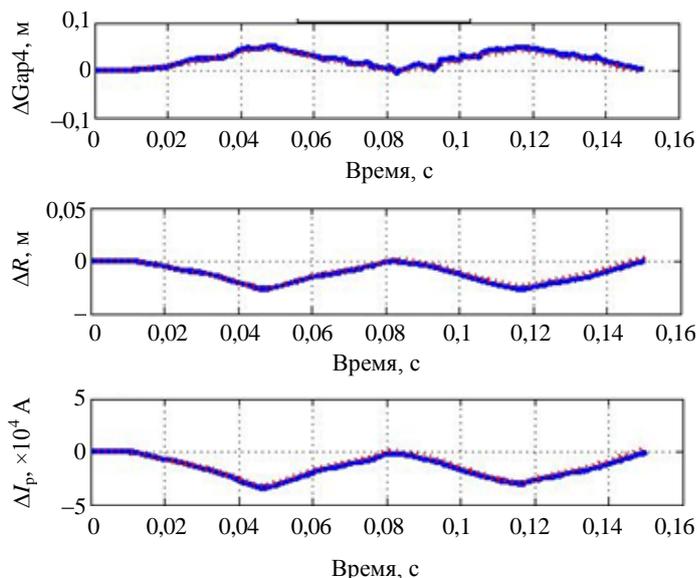


Рис. 12. Верификация линейной модели эволюции параметров плазмы, полученной при идентификации по токам: — — DINA; ..... — расчёт

$$\Delta I_i = \frac{K_{ij}}{(T_i s + 1)(T_j s + 1)(T_{ij} s + 1)} \Delta U_j, \quad (23)$$

где по соответствующей зависимости тока от напряжения определяются неизвестные  $K_{ij}$  и опционально  $T_{ij}$ , связанные с экранировкой пассивными структурами.

В эту же модель можно было бы включить и ток плазмы, но сопротивление плазмы не является строго определённым, поэтому невозможно воспользоваться для тока уравнением (22) для определения  $T_i$ . Тогда бы количество свободных параметров в (23) возросло и для корректной аппроксимации потребовалась бы более сложная форма импульсов тестовых напряжений. В связи с этим в данной работе ток плазмы входит в линейную модель, описывающую зависимость параметров плазмы от токов в обмотках.

Пусть теперь имеются две линейные модели, где  $\mathbf{u}$  — напряжения на обмотках полоидальной системы;  $\mathbf{I}$  — токи в этих обмотках;  $\mathbf{y}$  — параметры плазмы для управления:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = A_1 \mathbf{x}_1 + B_1 \mathbf{u}; \\ \mathbf{I} = C_1 \mathbf{x}_1 + D_1 \mathbf{u}; \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = A_2 \mathbf{x}_2 + B_2 \mathbf{I}; \\ \mathbf{y} = C_2 \mathbf{x}_2 + D_2 \mathbf{I}, \end{cases}$$

а численные измерения, выполненные с помощью первой модели, являются входами для второй, тогда полную линейную модель объекта можно составить по схеме

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 D_1 \end{bmatrix} \mathbf{u}; \\ \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ D_2 C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 D_1 \end{bmatrix} \mathbf{u} \end{cases} \quad (24)$$

с соответствующими новыми матрицами. С помощью этой модели можно строить регуляторы разного типа, как одиночные, так и двухконтурные с отдельным управлением токами в обмотках и параметрами плазмы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена методика получения линейных математических моделей токамака Т-15 с помощью метода идентификации для двух временных точек сценария разряда с током 1 и 2 МА в плазме с омическим нагревом. Полученные модели подготовлены для синтеза регуляторов системы магнитного управления током, положением и формой плазмы Т-15. Исползованный метод идентификации развит с учётом особенностей поведения плазмы токамака. Разработаны различные методики получения линейных моделей, позволяющие строить на их основе регуляторы разных типов. Показано, что модели, полученные методом идентификации, описывают поведение плазмы гораздо лучше, чем применявшиеся ранее стандартные линейные модели. В дальнейшем предполагается доработка линейных моделей на основе идентификации с включением в параметры модели возмущения плазмы (малый срыв и МГД-возмущения).

## REFERENCES

1. **Azizov E.A. et al.** Status of project of engineering-physical tokamak. — In: 23rd IAEA Fusion Energy Conf. Daejeon, Republic of Korea, 11—16 October 2010, FTP/P6-01.
2. **Gruber O. et al.** Position and shape control on ASDEX upgrade. — In: Proc. 17th Symp. on Fusion Technology. Rome, 1992, p. 1042.
3. **Humphreys D.A. et al.** Design of a plasma shape and stability control system for advanced tokamaks. — In: Proc. 18th Symp. on Fusion Technology. Karlsruhe, 1994, p. 731.

4. **Garriba M. et al.** First operational experience with new plasma position and current control of JET. — In: Proc. 18th Symp. on Fusion Technology. Karlsruhe, 1994, p. 747.
5. **Belyakov V.A., Bender S.E., Kavin A.A., Kostsov Yu.A., Levin R.G., Lobanov K.M., Vasiliev V.V.** Digital plasma position control system in Globus-M tokamak. — In: Proc. 30th EPS Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics. Saint Petersburg, Russia, 2003, P-3.106.
6. **Dubrov M.L., Sokolov M.M., Khayrutdinov R.R., Lukash V.E., Mozkin Yu.A., Khvostenko P.P., Kuzmina G.S.** Architecture and platform of plasma control system T-15. — In: 29th Symp. on Fusion Technology 2016. Prague, Czech Republic, September 5—9, 2016.
7. **Angoletta M.E. et al.** Real time control of plasma boundary in JET. — In: Proc. 19th Symp. on Fusion Technology. Lisbon, Portugal, September 1996, p. 949.
8. **Math Works.** Control System Toolbox: User's Guide. 2016.
9. **Villone F. et al.** Comparison of the create-L plasma response model with TCV limited discharges. — Nuclear Fusion, 1997, vol. 37, p. 1395.
10. **Senda I. et al.** Linear evolution of plasma equilibrium in tokamaks. — Nuclear Fusion, 2002, vol. 42, pp. 568—580.
11. **Ljung L.** System Identification Theory for the User. Second Edition, 1999.
12. **Khayrutdinov R.R., Lukash V.E.** — J. of Comp. Physics, 1993, vol. 109, № 2, p. 193.
13. **Belyakov V., Kavin A.** — In: Proc. Intern. Conf. «Physics and Control». St.-Petersburg, August 2003, pp. 1019—1024.
14. **Khayrutdinov R.R., Lister J.B., Lukash V.E., Wainwright J.P.** Comparing DINA code simulations with TCV experimental plasma equilibrium responses. — Plasma Phys. Control. Fusion, 2001, vol. 43, pp. 321—342.
15. **Lister J.B., Khayrutdinov R.R., Limebeer D.J.N., Lukash V.E.** Linear and non-linear plasma equilibrium responses on the JT-60U and TCV tokamaks. — Fusion Eng. And Design, 2001, vol. 56—57, pp. 755—759.
16. **Humphreys D.A., Deranian R.D., Ferron J.R., Hyatt A.W., Johnson R.D., Khayrutdinov R.R.** Integrated plasma control in DIII-D. — Fusion Science and Technology, 2005, vol. 48, № 2, pp. 1249—1263.
17. **Dokuka V.N., Korenev P.S., Mitrishkin Yu.V., Pavlova E.A., Patrov M.I., Khayrutdinov R.R.** Investigation of GLOBUS-M tokamak poloidal system and plasma position control. — VANT. Ser. Termoyadernyi sintez (Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Thermonuclear Fusion), 2016, vol. 39, issue 3, pp. 80—90 (in Russian).
18. **Dokuka V.N. et al.** — VANT. Ser. Termoyadernyi sintez (Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Thermonuclear Fusion), 2016, vol. 39, issue 1, pp. 12—25 (in Russian).
19. **Ljung L., Math Works.** System Identification Toolbox: User's Guide. 2016.
20. **Mitrishkin Yu.V. et al.** Synthesis and simulation of two-level system of magnetic control of tokamak-reactor plasma. — Fizika plazmy (Plasma Physics), 2011, vol. 37, № 4 (in Russian).

#### AUTHORS

**Dubrov M.L.** NRC “Kurchatov Institute”, pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia

**Khayrutdinov R.R.** NRC “Kurchatov Institute”, pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia; khayrutd@mail.ru

**Lukash V.E.** NRC “Kurchatov Institute”, pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia; Lukash\_VE@nrcki.ru

**Sokolov M.M.** NRC “Kurchatov Institute”, pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia

**Dokuka V.N.** NRC “Kurchatov Institute”, pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia; State Research Center of Russian Federation Troitsk Institute for Innovation & Fusion Research, ul. Pushkovykh 12, 142190 Troitsk, Moscow, Russia

Received 21 November 2016  
Problems of Atomic Science and Technology  
Ser. Thermonuclear Fusion, 2017, vol.40, issue 1, pp. 56—67.