

УДК 621.039.06

РАЗРАБОТКА ГЛОБАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ И ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИИ МЕЖДУНАРОДНОГО ТЕРМОЯДЕРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО РЕАКТОРА ИТЭР

Д.Н. Арсланова, А.В. Белов, В.А. Беляков, Т.Ф. Белякова, Е.И. Гапионов, Н.А. Крылова, В.П. Кухтин, Е.А. Ламзин, Н.А. Максименкова, И.В. Мазуль, С.Е. Сычевский (Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры им. Д.В. Ефремова, Санкт-Петербург, Россия), В.О. Розов (ITER Organization, Saint-Paul-Lez-Durance, France)

Анализ переходных электромагнитных процессов является одним из ключевых моментов при разработке и создании Международного термоядерного экспериментального реактора ИТЭР. Разнообразие режимов работы токамака и источников переменного магнитного поля в нём, включая плазму, сложность конструкции и значительная взаимная индуктивная связь основных систем требуют построения глобальных пространственных вычислительных моделей и выполнения тщательных многовариантных оптимизационных расчётов. Работа обобщает пятнадцатилетний опыт построения таких математических моделей в Российской Федерации и решения на их основе практических задач, возникших в процессе проектирования ИТЭР. В силу особой трудности решения таких задач и ограниченности вычислительных ресурсов (даже с использованием современной вычислительной техники) обсуждаются возможные различные варианты построения моделей. Проводятся обоснование выбранных численных методов и составление результатов, полученных на основе разработанных авторами пакетов прикладных программ и вычислительных методик. Созданное программное обеспечение и вычислительные модели прошли успешное испытание в ходе организованных Международной организацией ИТЭР сопоставительных расчётов, выполненных сторонами-участницами на базе различных программных продуктов и вычислительных моделей.

Ключевые слова: ИТЭР, моделирование, магнитное поле, переходные электромагнитные процессы, дифференциальная формулировка, интегральная формулировка, вихревые токи, электромагнитные нагрузки, конечные элементы, магнитные оболочки.

ITER GLOBAL COMPUTATIONAL MODELS FOR EM TRANSIENT ANALYSIS AND DESIGN OPTIMIZATION. D.N. ARSLANOVA, A.V. BELOV, V.A. BELYAKOV, T.F. BELYAKOVA, E.I. GAPIONOK, N.A. KRYLOVA, V.P. KUKHTIN, E.A. LAMZIN, N.A. MAXIMENKOVA, I.V. MAZUL, S.E. SYTCHEVSKY, V.O. ROZOV. Transient electromagnetic (EM) effects are one of key issues in the design and operation of the International thermonuclear experimental reactor (ITER). To provide adequate predictions and design solutions, efforts have been devoted to development of detailed global models to reflect a combined effect of a variety of field sources, plasma behaviour, inductive coupling of sub-systems and structure response for a range of configurations and operational events. The paper summarizes a fifteen-year experience in such modelling as well as electromagnetic and optimization studies for the ITER Project. Because of the complexity and high computational resources involved, suitability of different models is discussed. Different numerical techniques implemented in dedicated computer codes are compared. Validation of the proposed models has also been accomplished.

Key words: ITER, simulation, magnetic field, electromagnetic transients, differential approach, integral approach, eddy current, EM load, finite element, magnetic shell.

ВВЕДЕНИЕ

На всех стадиях проектирования Международного термоядерного экспериментального реактора ИТЭР требовался и проводился достаточно тщательный анализ переходных электромагнитных процессов в основных системах установки [1, 2, 3]. Импульсные режимы работы [3] вызывают появление весьма значительных электромагнитных нагрузок и тепловых потерь, что накладывает существенные ограничения на конструкцию реактора. Это обуславливает необходимость моделирования вихревых токов, пондеромоторных сил и тепловыделений с учётом высокой степени детализации проводящих конструктивных элементов. Проблема может усложняться проявлением резко выраженного поверхностного эффекта вихревых токов. Принципиальной особенностью токамака является значительная взаимная индуктивная связь основных систем, что усугубляет проблему моделирования, поскольку требует построения глобальной модели (хотя бы для проведения поверочных расчётов и выявления базовых закономерностей), и существенно ограничивает возможности анализа электромагнитных процессов с использованием локальных моделей. Эти обстоятельства, в частности, выявили необходимость проведения длительных и

затратных сопоставительных испытаний различных программ [4, 5] для оценки возможности выполнения численных расчётов в поддержку разработки бланкетной системы реактора на базе глобальных пространственных моделей в рамках сугубо трёхмерных постановок задач расчёта вихревых токов. Полученные сторонами — участницами международного проекта положительные результаты [6] позволили перейти к конкретным расчётам, которые продемонстрировали совпадение полученных данных [7].

Анализ характерного времени электромагнитных процессов [8] с учётом габаритных размеров реактора-токамака ИТЭР позволяет [1, 9] использовать квазистационарное приближение [9, 10] для описания магнитного поля.

Цели данной работы заключались в сопоставлении двух подходов (на основе магнитных оболочек и с использованием трёхмерных конечных элементов) к созданию глобальных вычислительных моделей ИТЭР, описанию алгоритмических особенностей разработки вычислительных моделей, специфических для токамаков и, в частности, для установки ИТЭР, на основе обобщения опыта численного моделирования, накопленного авторами в течение последних 18 лет.

Общий подход к решению проблемы моделирования переходных электромагнитных процессов в проводящих структурах ИТЭР широко известен и обоснован многими аналитическими решениями [9—15]. Система уравнений Максвелла записывается относительно векторов индукции магнитного поля \mathbf{B} и напряжённости электрического поля \mathbf{E} . Эта система уравнений дополняется материальным уравнением, связывающим векторы напряжённости электрического поля и плотности тока \mathbf{j} в изотропной проводящей среде, описываемой единственной скалярной величиной ρ (в общем случае тензорная нелинейная зависимость) удельного электрического сопротивления $\mathbf{E} = \rho \mathbf{j}$.

Следует дополнить систему уравнений известными [10] условиями, связывающими компоненты векторов \mathbf{B} и \mathbf{E} на этой границе раздела сред проводник—вакуум.

Функции, которые описывают распределение сторонних токов, считаются заданными.

Дополняя эту систему граничными условиями на бесконечности, условиями симметрии, начальными условиями и задавая распределение сторонних токов, можно получить полную систему уравнений для решения конкретных задач.

Известно [9, 10], что в режиме гармонических колебаний с частотой ω в неферромагнитном проводнике с удельным сопротивлением ρ_0 приблизительно 86% тока сосредоточено в слое толщиной

$$2\Delta_0 = \sqrt{\frac{8\rho_0}{\mu_0\omega}} \quad (\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}).$$

Для характерной частоты 10^4 Гц толщина скин-слоя $2\Delta_0$ в меди составляет 1,4 мм. Примем в качестве характерного интервала времени Δt одну четвертую часть периода колебаний $T = 4\Delta t$. Значения величины $2\Delta_0$ для немагнитной стали (с проводимостью в 10 раз меньше, чем у меди) для диапазона частот $\omega_1 = 2\pi/(4 \cdot 0,1 \text{ мс}) = 1,5 \cdot 10^4$, $\omega_2 = 2\pi/(4 \cdot 1,0 \text{ мс}) = 1,5 \cdot 10^3$ изменяются в пределах 8,9—28,2 мм. Используемое решение получено для бесконечного однородного проводника, занимающего полупространство $x > 0$. Представляя стальной проводник в виде бесконечного слоя с толщиной стенки 60 мм и приняв толщину стенки равной толщине скин-слоя, можно оценить величину характерного интервала времени $\Delta t = \pi/(2\omega) = 4,5 \text{ мс}$. Если изменение поля во времени носит экспоненциальный характер (с постоянной времени Ξ), то вместо величины ω можно использовать [1] величину $1/\Xi$.

По сравнению с приведёнными оценками, полученными для полубесконечного пространства или бесконечного слоя, учёт конечных размеров проводников может приводить к уменьшению характерного времени проникновения поля. Эта величина может быть существенной, а анализ должен базироваться на численном моделировании.

Учёт рабочей температуры элементов конструкции ИТЭР (для случая охлаждения проводника) может приводить к дополнительному усилению поверхностного эффекта. В связи с этим более детальный анализ может потребовать решения совместной задачи расчёта локального тепловыделения (обусловленного вихревыми токами) и температурного поля (с учётом режимов работы систем охлаждения).

Аналитические решения практически никогда не обеспечивали необходимую точность моделирования переходных процессов в токамаках [1, 2], что стимулировало разработку различных методов численного моделирования: от упрощённых [1] или двумерных [16—18] подходов до пространственных

[19] интегральных и дифференциальных формулировок. Анализ аналитических решений позволяет качественно описать механизм проникновения поля, эффективно оценить пространственно-временные ограничения вычислительных моделей и выбрать величины шагов дискретизации для построения конечно-элементной сетки.

Значительная часть конструкции ИТЭР описывается проводящими тонкостенными элементами — конструкциями сложной геометрической формы, характерная толщина которых много меньше их других характерных размеров. Электромагнитные нагрузки, носящие неравномерный характер и возникающие в проводящих элементах, в том числе и тонкостенных, могут служить основным лимитирующим фактором при конструировании [1].

Для качественного описания процессов в этом случае наиболее удобно использовать несколько аналитических решений, связанных с проникновением поля через листы проводящего материала [9].

Впервые аналитическое решение задачи о диффузии однородного поля в плоский проводящий бесконечный слой (плоский лист) толщиной d с граничными условиями $B(0, t) = B_1(t)$, $B(d, t) = B_2(t)$ и с начальным условием $B(x, 0) = f(x)$ (координата x направлена внутрь слоя по нормали к его границе, точка $x = 0$ соответствует границе) было получено в [11] как решение адекватной теплофизической задачи. Наиболее простой вид имеет решение с нулевыми граничными условиями

$$f(x) = B_0 \sin(\pi x/d), \quad B_1 = B_2 = 0 \Rightarrow B(x, t) = B_0 \sin(-\pi x/d) \exp\left(\frac{\pi^2 \rho_0 t}{\mu_0 d^2}\right).$$

В этом случае происходит лишь затухание поля без перераспределения в пространстве, характерное время затухания первой гармоники τ_0 определяется зависимостью

$$\tau_0 = \mu_0 d^2 / \pi^2 \rho_0.$$

Формула описывает асимптотический закон затухания индукции при любом начальном распределении и отсутствии внешнего поля, при этом высшие гармоники начального распределения затухают раньше. Подставив толщину стальной стенки 60 мм, как было использовано в приведённом примере, можно получить

$$\tau_0 = \mu_0 \cdot 36 \cdot 10^{-4} / (\pi^2 \cdot 6 \cdot 10^{-7}) = 0,8 \text{ мс.}$$

Следует отметить, что аналитические решения задач о диффузии магнитного поля в бесконечный плоский слой в случаях включения и выключения постоянного поля, импульсного поля, имеющего форму затухающих синусоидальных колебаний с циклической частотой ω [9, 13], представляются с помощью характерного времени τ_0 и содержат характерный размер Δ_0

Эти соотношения можно использовать для оценок применимости вычислительной модели и величины шага дискретизации сеточной модели для численного анализа переходных процессов.

Требование однородности поля в этом случае, очевидно, подразумевает требование малости размера рассматриваемой области по сравнению с характерным размером R_0 области, в пределах которой существенно меняется внешнее поле.

Решение задач о диффузии в плоский бесконечный слой поля, порождённого токами, расположенными параллельно границе (тонкого кольцевого витка, параллельных проводников со встречными токами, произвольного плоского тонкого контура с током), позволяет получить [9] асимптотические значения касательной составляющей $B_F(-d, t)$ за листом с плоскими границами $x = 0$, $x = -d$, которые справедливы при $t \rightarrow \infty$. При условии, что глубина проникновения поля в проводник много меньше как толщины листа, так и характерных размеров магнитной системы, результат для тонкого контура (расположенного в плоскости $x = h$) может быть представлен в виде разложения по степеням малого параметра $\rho_0 t / \mu_0 d^2$ с сохранением только главного члена разложения. Выражения для касательной составляющей индукции за листом содержат производную от индукции контура с единичным током по \mathbf{h} . Производная $\partial \mathbf{b}_F(0) / \partial \mathbf{h}$ вычисляется на поверхности $x = 0$. Для мгновенного скачка тока от 0 до i_0

$$B_F(-d, t) = -8 \frac{\partial \mathbf{b}_F(0)}{\partial \mathbf{h}} i_0 \left(\frac{\rho_0 t}{\mu_0 d^2}\right)^{3/2} \frac{d}{\sqrt{\pi}} \exp\left(\frac{-\mu_0 d^2}{4\rho_0 t}\right)^2;$$

для линейно нарастающего тока $i = k_i t$

$$B_F(-d, t) = -32 \frac{\partial \mathbf{b}_F(0)}{\partial \mathbf{h}} k_i t \left(\frac{\rho_0 t}{\mu_0 d^2} \right)^{5/2} \frac{d}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\mu_0 d^2}{4\rho_0 t} \right)^2.$$

В этом случае характерное время переходного процесса определяется зависимостью

$$\frac{1}{\tau_a} = \frac{4\rho_0}{\mu_0 d^2}.$$

Следуя [9], можно рассмотреть проникновение поля сквозь бесконечный лист в предположении, что его толщина много меньше характерного линейного размера R_0 , в пределах которого существенно меняется внешнее магнитное поле. (При этом очевидно, что толщина листа много меньше других его размеров.) Эти допущения позволяют считать, что плотность тока имеет лишь составляющую δ_F , параллельную поверхности листа F . Нормальные составляющие индукции непрерывны на границе $B_{x1} = B_{x2}$, а касательные составляющие связаны соотношением (квадратные скобки обозначают векторное произведение)

$$[\mathbf{n}_2, (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1)] = \mu_0 \int_0^d \delta_F dx = \mu_0 J_F.$$

Можно выделить три стадии переходного процесса при мгновенном включении внешнего поля в области 1 перед листом.

Первая стадия соответствует моментам времени $t \ll \tau_1 = \mu_0 d^2 / \rho_0$. На этой стадии ток сосредоточен в слое $\Delta < d$, величина индукции за листом много меньше величины индукции перед листом, поле в области 1 можно рассчитывать в предположении идеальной проводимости листа, для поля в области 2 (за листом) справедливы соотношения, аналогичные выражениям, приведённым для $B_F(-d, t)$.

Вторая стадия наступает в момент времени $t \geq \tau_1$, т.е. после установления плотности тока в листе постоянной. Эта стадия длится в течение времени $\tau_2 = \mu_0 R_0 d / \rho$ и соответствует выравниванию распределения вихревых токов по толщине листа. За этот интервал времени происходит выравнивание величин индукции с обеих сторон листа в областях 1 и 2. При включении толчком постоянного тока на этом процесс заканчивается.

Третья стадия наступает, если внешнее поле изменяется за время больше τ_2 . В эти моменты времени собственное поле вихревых токов мало по сравнению с внешним полем.

Две последние стадии переходного процесса можно описывать с помощью модели проводящей плёнки или бесконечно тонкой проводящей оболочки с равномерным распределением тока по толщине. Общее решение задачи для плоской плёнки при условии $d \ll R_0$ приведено, например, в работе [14].

Важным классом задач являются также задачи, учитывающие протекание переменного тока, созданного внешним источником, через границу проводник—диэлектрик. Аналитические решения в этом случае ещё более сложны [9].

В дальнейшем, базируясь на особенностях конструкции токамаков и, в частности, ИТЭР, мы рассмотрим возможности использования двух альтернативных подходов к построению глобальных вычислительных моделей. При анализе будет приниматься во внимание необходимость вычисления детальных распределений (и в интересующих случаях интегральных величин) не только вихревых токов и магнитных полей, но и электромагнитных нагрузок, обусловленных взаимодействием токов и полей различной природы, а также тепловыделений. Алгоритмическая реализация подходов вылилась в создание авторами работы двух комплексов вычислительных программ. Решение методического примера для задачи о проводящей полой сфере в поле кольцевого витка, имеющей и аналитическое решение, позволяет верифицировать оба комплекса программ.

Далее рассмотрен пример взаимной верификации вычислительных моделей для конкретной задачи, связанной с разработкой ИТЭР.

ИСТОЧНИКИ ПОЛЯ, ВЫЗЫВАЮЩИЕ ПЕРЕХОДНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ИТЭР

Основными источниками переменного электромагнитного поля в установке ИТЭР являются [20, 21]:

— тороидальный ток плазмы;

- тороидальный магнитный поток, сцепленный с плазмой;
- токи центрального соленоида и катушек полоидального магнитного поля;
- токи катушек тороидального магнитного поля;
- гало-токи.

Пространственные и временные изменения токов описывают базовый сценарий разряда плазмы [3, 20, 22] и события, связанные с неустойчивостями плазмы (так называемые срывы) [22, 23] или выводом тока из сверхпроводящих катушек. В процессе расчёта детальных распределений вихревых токов, механических нагрузок и тепловыделений в проводящих элементах конструкции ИТЭР часто возникает необходимость, помимо учёта совместного действия всех источников, выделить влияние каждого из них.

Характерные времена переходных процессов для различных режимов работы установки ИТЭР существенно отличаются друг от друга.

Пространственное и временное распределение источников в большинстве случаев является результатом численного моделирования с использованием специальных программ. В настоящее время обычно расчёты выполняются с использованием программы DINA [22] — базовой программы для установки ИТЭР. Код DINA представляет собой сложный программный комплекс, реализующий численное решение уравнения равновесия плазмы во внешних магнитных полях совместно с учётом транспортных моделей кинетических параметров внутри плазмы. Рассматриваемый код применяется для предиктивного моделирования новых сценариев разряда в плазме токамака с использованием как системы управления положением, формой и током плазмы, так и сценариев с неуправляемым движением плазмы, заканчивающихся срывом тока. Он обеспечивает [22] «моделирование эволюции плазмы в интервалах резистивного времени пассивной структуры токамака ($\sim 10^0$ — 10^2 мс)».

Программа DINA использует для расчёта плазмофизических параметров установки ИТЭР осесимметричное приближение. Вычислительные модели этой программы детально описывают магнитную систему ИТЭР и плазму, учитывая основные окружающие плазму проводящие структуры. Под основными проводящими структурами подразумеваются структуры, влияние которых на поведение плазмы является наиболее существенным. К ним относятся вакуумная камера, бланкетные модули и обращённые к плазме элементы диверторной кассеты. Конструкция ИТЭР подразумевает, что бланкетные модули и элементы дивертора не обладают осевой симметрией (сегментированы). Поэтому в комплексе программ DINA для моделирования этих пространственных структур используются эквивалентные осесимметричные структуры с эффективными свойствами, которые, в частности, могут быть определены на основе отдельного предварительного анализа.

Полученные с помощью программного комплекса DINA законы изменения распределённого тока плазмы и токов в полоидальных катушках магнитной системы используются для проведения анализа переходных электромагнитных процессов в различных проводящих элементах конструкции ИТЭР. В этот анализ включаются даже те элементы, которые не были учтены в моделях DINA. Такой подход (хотя и не является полностью самосогласованным) позволяет получать ЭМ-нагрузки на элементы ИТЭР с инженерной точностью.

Итак, обсуждаемый подход предполагает, что источники поля феноменологически описаны, их пространственные и временные распределения считаются заданными и согласованными в электромагнитном отношении.

В качестве последующего приближения в соответствующем коде для расчёта плазмофизических параметров могут быть учтены реакции проводящих элементов ИТЭР на временные изменения источников переменного поля. Эти реакции описываются более детально с помощью трёхмерных глобальных моделей и задаются в виде распределения вихревых токов. Такой подход позволяет замкнуть задачу, но его обсуждение выходит за рамки данной работы.

Принятое приближение априори ограничивает точность моделирования вихревых токов даже при достаточно детальном описании геометрической формы трёхмерных проводящих элементов конструкции.

Расчётные данные содержат быстро осциллирующие компоненты, вызванные как процессами, протекающими в плазме, так и характерными ошибками, связанными, по-видимому, с интегрированием жёстких систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Характерная величина дискретного временного шага выдачи данных составляет $h_t = 0,1$ мс. Эта величина является одним из ограничений на

характерное время процессов, которое должна учитывать вычислительная модель для расчёта вихревых токов и пондеромоторных сил, поскольку можно лишь принять, что между двумя временными точками, разделёнными интервалом h_t , все данные об источниках поля меняются либо скачком, либо по линейному закону. Введение дополнительной процедуры сглаживания данных между временными точками или удаление части этих точек приведёт лишь к увеличению h_t , следовательно увеличению интервала неопределённости в задании данных.

Тороидальный ток плазмы. Выходные данные программного комплекса DINA описывают тороидальный ток плазмы в виде набора подвижных аксиально симметричных токов витков. Для расчётов вихревых токов с использованием пространственных моделей авторам представляется более удобным использовать модель неподвижных витков с заданным законом изменения токов в них. Для перехода от одной модели к другой может использоваться следующий подход [4, 24—29]. Все витки, описывающие плазму в модели DINA на протяжении всего сценария, сортируются по координатам R, Z с заданным интервалом ζ : если координаты двух витков удовлетворяют условию $|R_1 - R_2| \leq \zeta, |Z_1 - Z_2| \leq \zeta$, то эти витки считаются совпадающими. Для ИТЭР величина параметра ζ обычно берётся из интервала 40—60 мм, что, как правило, даёт набор из 2000—2500 уникальных неподвижных витков, моделирующих поведение плазмы на всём временном интервале наблюдения. Оценки показывают, что относительная погрешность вычисления магнитных полей в интересующей области пространства при таком представлении не превышает величины 0,1%. Задание величины ζ , близкой к нулю, приведёт к тому, что количество неподвижных витков совпадёт с числом подвижных витков в модели DINA (обычно $\sim 10^5$ витков).

Подобный подход был использован при моделировании переходного процесса в токамаке GLOBUS-M (в ФТИ им. А.Ф. Иоффе, г. С.-Петербург, Россия), вызванного разрядом плазмы [28]. Полученная в результате численного моделирования эволюция полного вихревого тока в вакуумной камере токамака сопоставлялась с результатами измерений. Сопоставление продемонстрировало хорошее совпадение численных результатов с результатами измерений.

Тороидальный магнитный поток, связанный с током плазмы. Рассчитывается, например, с использованием программы DINA. Пространственное и временное распределения потока являются исходными данными для последующих расчётов вихревых токов. Они задаются с использованием модели виртуального идеального тороидального соленоида [24—27, 30, 31], расположенного внутри вакуумной камеры. Для ИТЭР обычно в качестве большого радиуса R этого соленоида берётся радиус центра плазменного шнура ($R = 6,2$ м), величина малого радиуса $r = 1$ м. Закон изменения тока в соленоиде задаётся формулой

$$I(t) = \frac{\Phi(t)}{\mu_0 (R - \sqrt{R^2 - r^2})}$$

для обеспечения заданного программой DINA закона изменения тороидального магнитного потока $\Phi = \Phi(t)$.

Токи центрального соленоида и катушек полоидального магнитного поля. Для большинства расчётов секции центрального соленоида и катушки полоидального магнитного поля моделируются в виде кольцевых проводников прямоугольного сечения с однородным распределением плотности тока в поперечном сечении [24—27, 30, 31]. Законы изменения полных токов в катушках считаются известными для каждого сценария.

Токи катушек тороидального магнитного поля. Для большинства расчётов (как и для полоидальных катушек) катушки тороидального магнитного поля моделируются в виде набора прямолинейных и дугообразных проводников прямоугольного сечения с однородным распределением плотности тока в поперечном сечении [24—27, 30, 31]. Законы изменения полных токов в катушках считаются заданными.

Гало-токи [22, 32]. Гало-токамаками принято называть токи, протекающие в области, расположенной за пределами последней ограничивающей плазму замкнутой магнитной поверхностью. Эта область получила название области гало. Компоненты гало-тока попадают на первую стенку вакуумной камеры, замыкаясь через её проводящие элементы. Главная опасность для вакуумной камеры от гало-тока заклю-

чается в возникновении больших усилий за счёт взаимодействия его полоидального компонента с тороидальным магнитным полем.

В отличие от перечисленных источников переменного поля гало-токи растекаются непосредственно по проводящим элементам конструкции ИТЭР.

Код DINA рассчитывает и представляет данные о гало-токах, возникающих в установке ИТЭР при неуправляемых срывах тока плазмы в виде:

- закона изменения во времени положения областей, где плазма касается проводящих структур;
- значений полных токов, которые перетекают через эти области между плазмой и проводящими структурами, для каждого момента времени описываемого сценария.

Эти данные используются для построения феноменологической модели поведения гало-токов при моделировании переходных электромагнитных процессов в проводящих элементах ИТЭР. Для задания гало-тока (согласно предложенной авторами методике) в расчётную модель вводят специальные дополнительные проводящие области [24, 25], которые моделируют зоны протекания этих токов вне проводников (в зоне внешней поверхности плазмы) во все моменты времени рассматриваемого сценария. Алгоритмической особенностью является то, что в этих специальных проводящих областях не могут возникать вихревые токи в отличие от реально существующих и описываемых в глобальной модели проводящих элементов. Эти специфические области, соединяя так называемые «области входа и выхода гало-тока» (зоны, через которые согласно феноменологической модели токи втекают в проводящие конструкции и вытекают из них), обеспечивают неразрывность линий тока (удовлетворяют уравнению непрерывности вектора плотности тока в квазистационарном приближении). Последнее важно для получения физически обоснованных результатов. Игнорирование этого требования при построении глобальных моделей приводило ряд авторов к существенным ошибкам.

Законы изменения полных токов, протекающих через специальные дополнительные проводящие области, задаются в соответствии с законами изменения токов гало.

В зависимости от степени детализации этих специальных областей можно добиться различной степени детализации модели гало-токов. В случае, если анализу подлежат элементы, находящиеся на удалении от точек входа или выхода гало-токов, степень детализации токов может быть меньше (например, [33]). При анализе конструкций, лежащих рядом или даже включающих зоны входа или выхода гало-токов, необходимо строить детальную модель, описывающую пространственное и временное распределение этих токов (например, [34]).

Таким образом, предложенные алгоритмические подходы обеспечивают с точностью до модели плазмы описание законов изменения источников переменного магнитного поля для всех моментов времени любых сценариев работы ИТЭР.

Вклад всех токов нельзя оценивать только по их интегральной величине или по интегральной величине порождаемых ими нагрузок, поскольку токи могут вызывать существенные локальные педеромоторные и тепловые нагрузки. Для токамака ситуация усугубляется наличием контактов между элементами конструкции (в ИТЭР проблема особенно сложна в связи с большим числом внутрикамерных элементов). Размеры зон контактов могут быть относительно невелики, но их правильный учёт (и необходимая для этого степень конечно-элементной детализации зоны контакта) также может оказать кардинальное влияние на результаты численного моделирования.

Особенностью магнитной системы токамака ИТЭР является относительно «редкое» применение ферромагнитных материалов с нелинейными магнитными свойствами [3] в большинстве систем (быть может, за исключением ферромагнитных вставок [35], материал которых находится практически в стадии технического насыщения из-за высокого уровня магнитного поля в них). Влияние свойств этих материалов на внешние (по отношению к анализируемым системам) магнитные поля принимается во внимание. Решение локальных задач, связанных с анализом систем, содержащих ферромагнитные материалы, должно учитывать их свойства. В связи с ограниченностью размеров этой работы далее примем магнитную проницаемость проводящей среды постоянной и равной магнитной проницаемости вакуума μ_0 . Во многих случаях это позволяет эффективно использовать широко известный принцип суперпозиции как для уменьшения размеров расчётной области, так и для выделения влияния отдельных источников переменного магнит-

ного поля. Описание алгоритмических подходов на базе суперпозиции, предложенных авторами работы, для достижения обеих названных целей в применении к моделированию полей и сил приведено далее.

Отдельный вопрос связан с вычислением магнитных полей токов. Методики решения задач требуют задания внешнего поля источников тока в большом числе точек, расположенных в расчётной области для всех временных точек интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений (для 3D-подхода это означает задание точек практически во всём метрическом пространстве R^3). Решение жёстких систем уравнений и большая степень осцилляции исходных данных (распределения токов) требуют обеспечения высокой точности расчёта поля. Авторами была предложена методика, реализованная в виде автономного комплекса вычислительных программ KLONDIKE [36] и библиотеки соответствующих процедур, которые обеспечивают расчёт магнитного поля с требуемой высокой точностью практически для всех значимых для токамака ИТЭР токовых конфигураций. Детальное описание этого подхода выходит за рамки данной работы, следует отметить лишь, что в случае необходимости точность определения поля может быть повышена как за счёт более детального геометрического разбиения токонесущих элементов на подобласти, так и за счёт повышения точности численного интегрирования в соответствующих интерполяционных формулах.

РЕАЛИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ, ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Логичным представляется построение глобальных моделей для численных расчётов переходных электромагнитных процессов в установке ИТЭР с учётом основных систем, индуктивно связанных друг с другом, и источников переменного поля на базе двух подходов:

— модели, использующие наборы тонких проводящих многосвязных магнитных оболочек, произвольным образом локализованных в пространстве [15, 37];

— полностью трёхмерная модель, учитывающая в случае необходимости поверхностный эффект за счёт выбора величины шага дискретизации по толщине проводящих элементов.

В данной работе не рассматриваются вопросы, связанные с комбинацией этих двух подходов.

Применение модели магнитной оболочки обусловлено, в первую очередь, существенной экономией вычислительных ресурсов, которая достигается при необходимом детальном описании большого количества проводящих элементов ИТЭР. Для тонкостенных конструкций после момента времени τ_1 модель магнитных оболочек, очевидно, справедлива с требуемой точностью.

Влияние конструктивной толщины тонкостенных элементов при замене их магнитными оболочками учитывается за счёт введения эффективных сопротивлений магнитных оболочек.

На ранних стадиях переходного процесса для моментов времени существенно меньше τ_1 и в случае резко выраженного поверхностного эффекта вычислительная модель дополняется моделью идеально проводящих оболочек (моделью тонкой проводящей плёнки), расположенных на поверхности проводника. Граничные условия следуют из уравнения $[\nabla, \mathbf{H}] = \delta$ и выражают связь между напряжённостью поля на границе \mathbf{H}_e (\mathbf{n}_e — вектор нормали к границе) и поверхностной плотностью тока \mathbf{J} [9, 10]:

$$\mathbf{J} = \int_0^{\infty} \delta(x) dx = [\mathbf{n}_e, \mathbf{H}_e]; \quad |\mathbf{J}| = |\mathbf{H}_e|$$

(здесь интегрирование выполняется вдоль координаты, направленной внутрь проводника и отсчитываемой от его границы).

Наряду с поверхностной плотностью тока для тонких листов может быть использовано понятие линейной плотности тока [9] $\mathbf{J}(N)$:

$$\mathbf{J}(N) = \int_{N_1}^{N_2} \delta dn$$

(интеграл берётся по нормали к срединной поверхности листа, N_1, N_2 — точки на границах листа в местах пересечения их нормалью); последнее приводит при резко выраженном поверхностном эффекте к выражению $\mathbf{J}(N) = \mathbf{J}_1(N_1) + \mathbf{J}_2(N_2)$, где $\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2$ — поверхностная плотность тока в соответствующих точках.

Из изложенного следуют возможные наиболее простые способы построения оболочек, моделирующих тонкостенные элементы конструкции:

- совпадающими со срединной поверхностью;
- совпадающими с внешними граничными поверхностями;
- комбинация первых двух способов.

Могут быть использованы несколько магнитных оболочек, вложенных друг в друга по толщине моделируемой проводящей тонкостенной конструкции.

Такой подход позволяет при определённых ограничениях моделировать электромагнитные процессы для времени меньше времени τ_1 . Из выражения $\tau_1 \rho_0 = \mu_0 d^2$ очевидно следует возможность уменьшения характерного времени τ_1 , определяющего применимость модели магнитных проводящих оболочек, временем выравнивания распределения тока по толщине d описываемого тонкостенного элемента конструкции. Заменяем этот проводящий элемент не одной оболочкой с той же эффективной толщиной d , а двумя оболочками, ассоциированными с внешними поверхностями элемента и имеющими (в первом приближении) равную эффективную толщину $d/2$. В силу квадратичной зависимости от толщины для каждой оболочки следует ожидать уменьшения характерного времени τ_1 в 4 раза. Использование трёх оболочек ещё более расширит диапазон применения оболочечных моделей для анализа быстрых переходных процессов.

Поле проникает в проводник конечных размеров со всех сторон, а не с одной стороны, как в упомянутой модели проникновения поля сквозь бесконечный лист конечной малой толщины. В силу конечных размеров проводников реальных конструкций, по сравнению с большинством аналитических моделей, следует ожидать уменьшения характерного времени проникновения поля, что и наблюдается в численных расчётах.

Следуя общим рекомендациям [9, 38], для учёта выраженного поверхностного эффекта может быть предложена многошаговая процедура, которая сводится к следующему.

Шаг Т1. Для момента времени $t \ll \tau_1$ построение модели идеально проводящих оболочек.

Шаг А1. Расчёт поля вне проводников в первом приближении в предположении идеальной проводимости.

Шаг А2. В качестве следующего — второго приближения расчёт поля и потерь в проводниках с учётом конечной глубины проникновения поля.

Шаг Т2. Переход к моменту времени $t1 = t + h_t$, анализ величины $t1$:

— при выполнении условия $t1 \ll \tau_1$ автоматическая перестройка модели оболочек с учётом новой толщины скин-слоя и переход к шагу Т1;

— при выполнении условия $t1 \geq \tau_1$ переход к основной ветви алгоритма [39], учитывающего конечную толщину тонкостенных элементов, использование системы оболочек основной вычислительной модели.

Полностью трёхмерная модель применяется во всех случаях, когда распределение вихревых токов в проводниках может быть описано только с помощью вектора плотности тока, имеющего все три компонента (т.е. модель оболочек неприменима), как, например, при описании модулей blankets [4, 7]. (см. далее). Разумеется, такая трёхмерная модель, использующая проекционно-сеточный подход, также имеет ограничения, связанные, в частности, с аппроксимационными свойствами сетки на начальных стадиях переходного процесса. В этом случае также могут быть применены модель идеального проводника для расчёта поля вне проводников и перестраиваемая система сеток.

Для описания тонкостенных элементов конструкции (например, вакуумной камеры) может быть построена упрощённая модель, которая использует в координатном направлении толщину проводящего слоя один — максимум два пространственных конечных элемента с кусочно-линейными или кусочно-квадратичными функциями формы. Аппроксимационные свойства такой модели обеспечивают относительно невысокую точность описания процесса проникновения поля и выравнивания тока по толщине стенки. Назовём такие упрощённые модели квази-трёхмерными (quasi-3D) моделями.

Оба независимых подхода используются авторами для построения глобальных вычислительных моделей с целью расчётов вихревых токов, электромагнитных нагрузок и тепловыделений (как распре-

лений, так и интегральных величин) в элементах конструкции ИТЭР. Каждый из предложенных подходов реализован в виде соответствующего пакета вычислительных программ TYPHOON [39] (магнитные оболочки) и TORNADO [40] (пространственные конечные элементы).

Оба пакета программ используют единый широко известный метод [41] «редукции вихревого поля к потенциальному полю источников» [42] или «Т—Ω-метод» [19, 43, 44]. Проекционно-сеточный метод приводит для обеих формулировок к системам обыкновенных дифференциальных уравнений.

Пакет TYPHOON использует для дискретизации интегро-дифференциального уравнения треугольные конечные элементы. Единственный, нормальный к поверхности проводящей оболочки компонент векторного электрического потенциала [39] подлежит определению практически только на поверхности оболочки, что обеспечивает минимизацию требований к размерности задачи.

Пакет программ TORNADO использует для дискретизации задачи четыре типа конечных элементов: 8-узловые гексаэдры, 6-узловые треугольные призмы, 5-узловые пирамиды и 4-узловые тетраэдры. Задача формулируется относительно трёх компонентов электрического векторного потенциала \mathbf{T} и скалярного потенциала φ . Эти потенциалы связаны с вектором напряжённости магнитного поля \mathbf{H} , создаваемого вихревыми токами, соотношением $\mathbf{H} = \mathbf{T} + \nabla\varphi$. Оба потенциала (векторный и скалярный) определены во всём пространстве R^3 , однако векторный потенциал \mathbf{T} отличен от нуля только в проводящих односвязных подобластях. Поскольку вектор \mathbf{T} определён с точностью до градиента произвольной скалярной функции, то для его однозначного определения необходимо использовать калибровочное условие. В частности, комплекс программ TORNADO использует калибровочное условие [45] $\mathbf{T}\mathbf{u} = 0$, где $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r})$ — произвольное стационарное векторное поле, которое не имеет замкнутых силовых линий, и $\mathbf{u}(\mathbf{r}) \neq 0$ во всей области пространства R^3 , где потенциал \mathbf{T} отличен от нуля.

Полное магнитное поле \mathbf{H}_{tot} представляется в виде суперпозиции $\mathbf{H}_{\text{tot}} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_{\text{ext}}$ неизвестного магнитного поля вихревых токов \mathbf{H} и магнитного поля \mathbf{H}_{ext} , создаваемого заданными внешними источниками. Для нахождения неизвестных потенциалов используется следующая система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} [\nabla, \rho[\nabla, \mathbf{T}]] + \mu_0 \frac{\partial \mu(\mathbf{H}_{\text{tot}})(\mathbf{T} + \nabla\varphi)}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \mu(\mathbf{H}_{\text{tot}})\mathbf{H}_{\text{ext}}}{\partial t}; \\ \mu_0 \nabla(\mu(\mathbf{H}_{\text{tot}})(\mathbf{T} + \nabla\varphi)) = -\mu_0 \nabla((\mu(\mathbf{H}_{\text{tot}}) - 1)\mathbf{H}_{\text{ext}}); \\ \mathbf{H} = \mathbf{T} + \nabla\varphi; \\ \mathbf{T}\mathbf{u} = 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

При отсутствии магнитных материалов ($\mu = 1$) эта система уравнений принимает вид

$$\left\{ \begin{array}{l} [\nabla, \rho[\nabla, \mathbf{T}]] + \mu_0 \frac{\partial (\mathbf{T} + \nabla\varphi)}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{ext}}}{\partial t}; \\ \nabla(\mathbf{T} + \nabla\varphi) = 0; \\ \mathbf{H} = \mathbf{T} + \nabla\varphi; \\ \mathbf{T}\mathbf{u} = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Первое уравнение определено только для проводящих односвязных подобластей с удельным электрическим сопротивлением ρ , а второе уравнение определено для всего пространства R^3 . Как видно из системы уравнений (2), для нахождения вихревых токов, вектор плотности которых удовлетворяет условию $[\nabla, \mathbf{T}] = \delta$, необходимо знать пространственно-временное распределение внешнего магнитного поля \mathbf{H}_{ext} в проводящих подобластях пространства R^3 . Эти распределения могут быть получены, например, с использованием комплекса программ KLONDIKE [36] либо с помощью какой-либо другой программы.

Здесь уместно подчеркнуть, что комплекс программ TORNADO позволяет учитывать ферромагнитные элементы конструкции. В этом случае (см. уравнение (1)) необходимо знать распределение внешнего магнитного поля не только в проводящих элементах, но, в общем случае, и в подобластях, характеризующихся $\mu \neq 1$.

Комплекс программ TORNADO позволяет задавать законы изменения во времени полных токов через выбранные сечения проводящих подобластей. В этом случае полный электрический векторный потенциал \mathbf{T}_{tot} представляется в виде суперпозиции $\mathbf{T}_{\text{tot}} = \mathbf{T} + \mathbf{T}_{\text{src}}$, где \mathbf{T} — неизвестный векторный электрический потенциал, связанный с вихревыми токами условием $[\nabla, \mathbf{T}] = \boldsymbol{\delta}$, и \mathbf{T}_{src} — электрический векторный потенциал, ротор которого равен заранее заданному вектору плотности тока $\boldsymbol{\delta}_{\text{src}}$, $[\nabla, \mathbf{T}_{\text{src}}] = \boldsymbol{\delta}_{\text{src}}$. Последнее выражение может быть представлено в интегральной форме $\iint_{\partial S} \mathbf{T}_{\text{src}}(t, r) dI = \iint_S \boldsymbol{\delta}_{\text{src}}(t, r) dS = I(t)$, где $I = I(t)$ — заранее заданный закон изменения полного тока, который протекает через выбранное сечение S проводящей области; ∂S — контур, на который натянута поверхность S . Если подставить $\mathbf{T}_{\text{tot}} = \mathbf{T} + \mathbf{T}_{\text{src}}$ в систему уравнений (1) и вынести в правую часть все члены, описывающие внешние источники, то можно получить

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla, \rho[\nabla, \mathbf{T}] + \mu_0 \frac{\partial \mu(\mathbf{H}_{\text{tot}})(\mathbf{T} + \nabla\varphi)}{\partial t} = -[\nabla, \rho[\nabla, \mathbf{T}_{\text{src}}]] - \mu_0 \frac{\partial \mu(\mathbf{H}_{\text{tot}})(\mathbf{H}_{\text{ext}} + \mathbf{T}_{\text{src}})}{\partial t}; \\ \mu_0 \nabla(\mu(\mathbf{H}_{\text{tot}})(\mathbf{T} + \nabla\varphi)) = -\mu_0 \nabla((\mu(\mathbf{H}_{\text{tot}}) - 1)\mathbf{H}_{\text{ext}} + \mu(\mathbf{H}_{\text{tot}})\mathbf{T}_{\text{src}}); \\ \mathbf{H}_{\text{tot}} = \mathbf{T} + \mathbf{T}_{\text{src}} + \nabla\varphi + \mathbf{H}_{\text{ext}}; \\ (\mathbf{T} + \mathbf{T}_{\text{src}})\mathbf{u} = 0. \end{array} \right. \quad (3)$$

Такой подход даёт возможность моделировать протекание транспортных токов через проводящие структуры анализируемых конструкций, в частности, гало-токов, возникающих при неуправляемых срывах тока плазмы.

Итак:

— обе предложенные методики и реализующее их программное обеспечение позволяют найти распределение вихревых токов в проводящих элементах конструкции на основе векторного электрического потенциала \mathbf{T} ;

— авторы не ограничены необходимостью использования только одного подхода или только одной вычислительной программы, более того, разработанные ими программы и методики дополняют друг друга и обеспечивают взаимную независимую проверку вычислительных моделей и результатов расчётов;

— последовательность разработки программного обеспечения (магнитные оболочки и после этого — пространственные элементы) обусловлена необходимостью решения практических задач в ходе создания установки ИТЭР;

— предложена методика описания всех основных источников переменного магнитного поля в рамках единой вычислительной модели, оба комплекса программ обеспечивают возможность моделирования протекания транспортных токов через проводящие структуры анализируемых конструкций, в частности, гало-токов;

— оба комплекса вычислительных программ позволяют задавать токовые источники произвольной формы, а не только кольцевые, что позволяет применять их для решения значительно более широкого круга задач;

— комплексы программ ориентированы на «стандартные» персональные компьютеры, практически аналогичные компьютерам, используемым в САД-проектировании, они эффективно (относительно дешевле для Заказчика и за приемлемые сроки) обеспечивают накопление и преемственность иерархической структуры достаточно точных вычислительных моделей установки ИТЭР.

МЕТОДИЧЕСКИЙ ПРИМЕР — ПРОВОДЯЩАЯ СФЕРА ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

В качестве методического примера рассмотрим решение задачи о расчёте вихревых токов в проводящем сферическом слое (полый сферы), находящемся в поле кольцевого витка, который лежит в экваториальной плоскости слоя [40]. Использование такого примера для анализа пакетов программ широко известно и хорошо аргументировано [46], для полый тонкой сферы задача имеет аналитическое решение. Конкретизируя задачу, примем, что проводящая полая сфера с сопротивлением $\rho = 1 \cdot 10^{-6}$ Ом·м постоянной толщины

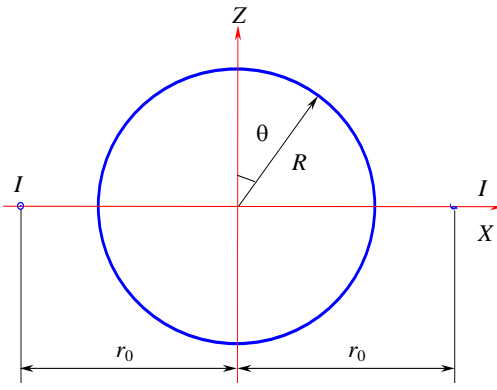


Рис. 1. Полая тонкая проводящая сфера в магнитном поле токового витка

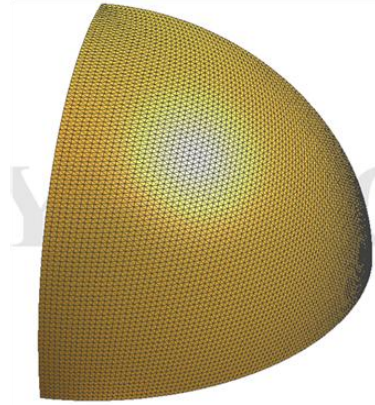


Рис. 2. Конечно-элементная TYPHOON-модель тонкой проводящей полой сферы

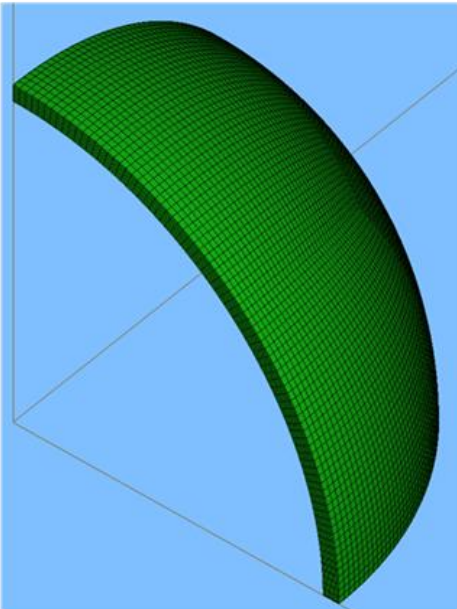


Рис. 3. Конечно-элементное представление проводящей полой сферы в TORNADO-модели

$d = 50$ мм имеет радиус срединной поверхности $R = 1$ м. Токовая нить, расположенная вне сферы, имеет радиус $r_0 = 1,5$ м. Ток в нити в начальный момент времени $t = 0$ возникает толчком (меняясь ступенчато) от 0 до $I_0 = 1$ МА (рис. 1).

Для пакетов TYPHOON и TORNADO были разработаны соответствующие вычислительные модели. Оболочечная конечно-элементная модель TYPHOON включала в себя одну оболочку, локализованную на среднем радиусе $R = 1$ м и разбитую на 10 000 треугольных конечных элементов (сетка приведена на рис. 2). Конечно-элементная модель TORNADO требовала дискретизации не только проводящей полой сферы, но и окружающего пространства вплоть до внешней границы расчётной области. Пример разбиения проводника показан на рис. 3. Использовались шестигранные конечные элементы и регулярная сетка без особенностей в центре.

Было разработано несколько моделей для «тонкой» (радиальная толщина $d = 5$ мм) сферы и «толстой» ($d = 50$ мм) сферы. Качество конечно-элементной сетки характеризовалось числом конечных элементов (КЭ) (2000, 10 000 и 700 000 КЭ). Дополнительно для всех трёх случаев разбиения толстая полая сфера разбивалась по толщине 1 и 10 слоями элементов. Таким образом, с использованием пакета TORNADO было выполнено девять расчётов. Результаты всех одиннадцати расчётов (включая расчёты с использованием TYPHOON-модели и аналитическое решение) приведены на рис. 4. Во всех расчётах мгновенный скачок тока моделировался как $I(t) = \{I_0(1 + t/\tau)t \in [-\tau, 0]; I_0 t \in [0, \infty)\}$, где $\tau = 1 \cdot 10^{-5}$ с, $I_0 = 1$ МА.

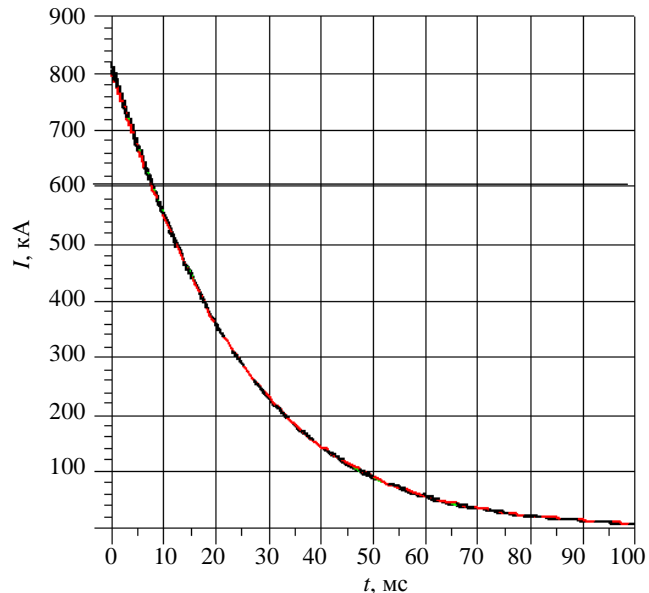


Рис. 4. Результаты численного моделирования, включающие аналитическое решение для сферической оболочки, расчёты по TYPHOON-модели проводящей магнитной оболочки, расчёты по TORNADO-модели толстой (50 мм) полой сферы для трёх вариантов качества сетки (грубая — 2000 КЭ, средняя — 10 000 КЭ и лучшая — 700 000 КЭ) и двух вариантов разбиения по радиальной толщине (1 и 10 слоёв), расчёты по TORNADO-модели тонкой (5 мм) сферы для трёх вариантов качества сетки (2000, 10 000 и 700 000 КЭ)

Из графика на рис. 4 с очевидностью следует, что для инженерных расчётов (с масштабом величины тока — несколько мегаампер, толщины стальных оболочек — сотни миллиметров, радиусом витков — несколько метров) результаты согласуются с требуемой точностью.

Более детальный анализ показывает (рис. 5, 6), что оболочечная модель TYPHOON согласуется с аналитическим решением и трёхмерной TORNADO-моделью тонкой сферы на всём временном интервале с необходимой точностью. Анализ этих данных, а также относительных отклонений (рис. 7) показы-

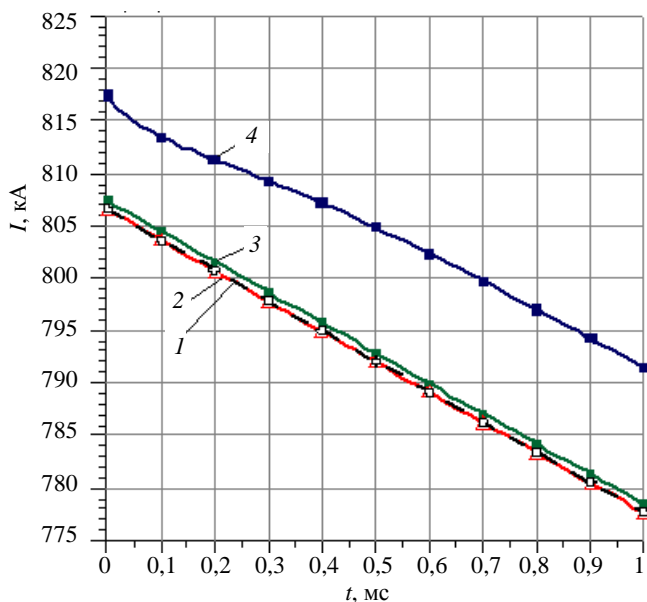


Рис. 5. Результаты численного моделирования для полой проводящей сферы, интервал времени соответствует первой миллисекунде анализируемого переходного процесса: 1 — аналитическое решение; 2 — TYPHOON-модель; 3 — TORNADO-модели тонкой полой сферы (лучшая сетка); 4 — TORNADO-модели толстой полой сферы (лучшая сетка, 10 элементов по толщине)

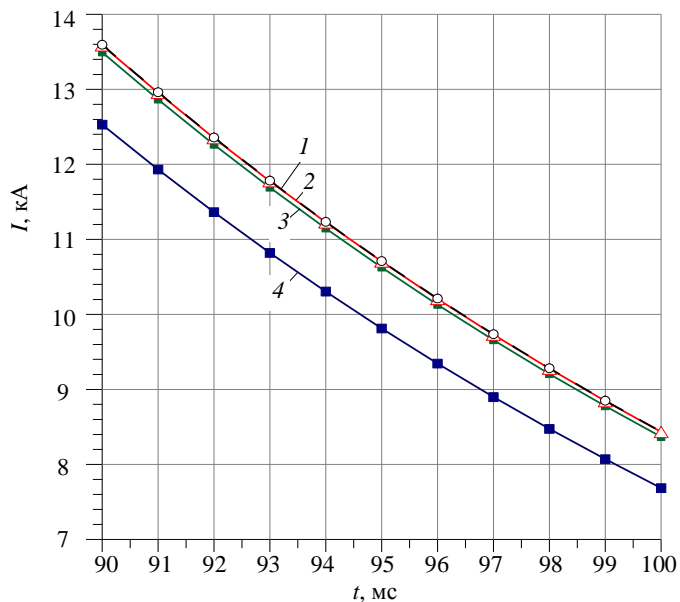


Рис. 6. Результаты численного моделирования для полой проводящей сферы, интервал времени соответствует последним десяти миллисекундам анализируемого переходного процесса: 1 — аналитическое решение; 2 — TYPHOON-модель; 3 — TORNADO-модели тонкой полой сферы (лучшая сетка); 4 — TORNADO-модели толстой полой сферы (лучшая сетка, 10 элементов по толщине)

вает, что сравнительно малое различие между оболочечными и 3D-решениями, обусловливаемое проявлением реальных трёхмерных эффектов (и усиливающееся с ростом толщины сферического слоя), полностью описывается разработанными комплексами программ. Комплекс программ TORNADO приводит к адекватным результатам в случае толстой полой проводящей сферы и сходимости с результатами комплекса программ TYPHOON.

Для оценки влияния качества конечно-элементной сетки были выполнены сопоставления трёх вариантов дискретизации расчётной области TORNADO-моделей.

Данные, приведённые на рис. 8, 9, показывают, что:

— отсутствие существенного влияния степени разбиения шарового слоя в радиальном направлении на конечные элементы объясняется симметрией задачи (отсутствием радиальных токов);

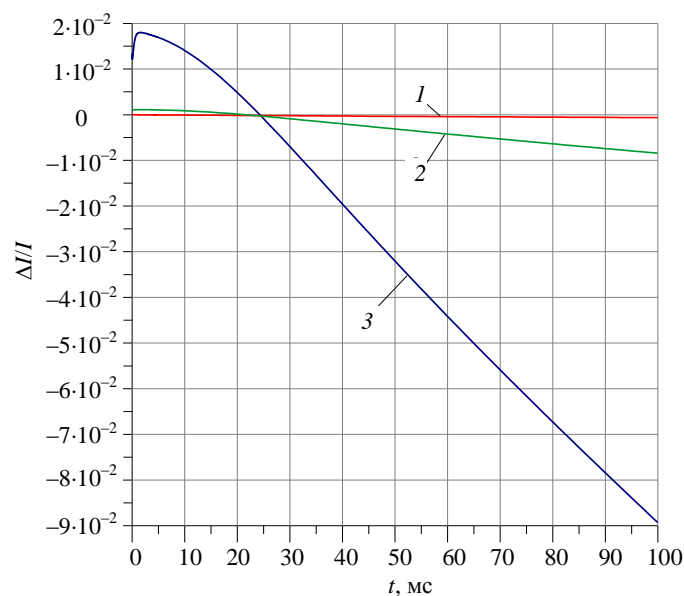


Рис. 7. Результаты численного моделирования для полой проводящей сферы, относительные отклонения $\Delta I/I$ от аналитического решения: 1 — TYPHOON; 2 — TORNADO (тонкая сфера); 3 — TORNADO (толстая сфера)

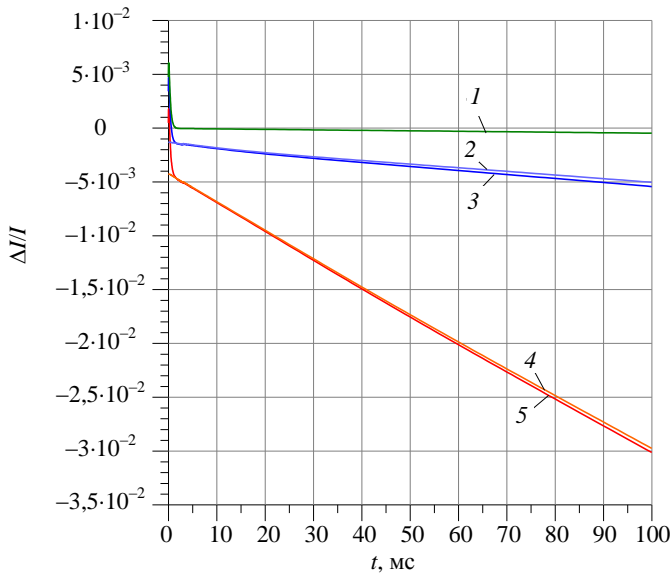


Рис. 8. Результаты численного моделирования для полый проводящей толстой сферы, относительные отклонения I/I от TORNADO-модели (лучшая сетка, 10 слоёв): 1 — лучшая, 1 слой; 2, 3 — средняя, 10 слоёв и 1 слой; 4, 5 — грубая, 10 слоёв и 1 слой

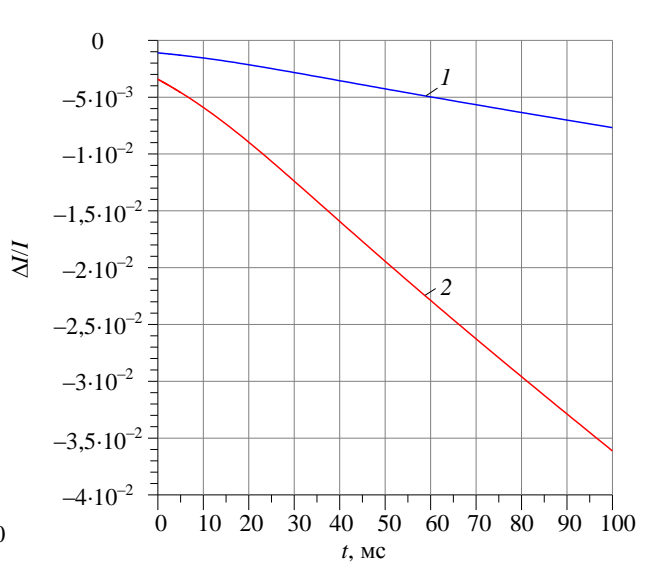


Рис. 9. Результаты численного моделирования для полый проводящей сферы, относительные отклонения Δ/I от TORNADO-модели (лучшая сетка): 1 — средняя; 2 — грубая

- точность получаемого численного решения зависит от качества трёхмерной сетки, даже для гладких сферических слоёв;
- ошибки численного моделирования, связанные с эффектами качества трёхмерной сетки, могут быть сопоставимы по величине в обоих подходах;
- из двух предыдущих выводов следует, что использование квазитрёхмерных моделей совсем не всегда приводит к правильному численному результату, более того, ситуация может быть противоположной при неадекватном качестве трёхмерной сетки.

РАСЧЁТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ИНДУКЦИИ И ПОНДЕРОМОТОРНЫХ СИЛ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПЕРЕХОДНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ

Базовое решение задачи получается в результате расчёта в каждый момент времени распределения векторного электрического потенциала (и скалярного магнитного потенциала) на конечно-элементной сетке.

Распределение вихревых токов находится путём аппроксимации зависимости $[\nabla, \mathbf{T}] = \delta$ в пределах каждого конечного элемента. Распределения переменных токов, порождённых внешними сторонними источниками, которые протекают через проводники, определяются по описанной методике. Они также вычисляются с использованием аппроксимации на конечно-элементных сетках в соответствующих проводящих областях.

Точность расчёта распределения токов связана с ошибкой аппроксимации на сетке (функции формы обычно не выше кусочно-квадратичных функций). От требуемой локальной точности определения плотности тока зависит степень разбиения каждой локальной подобласти расчётной области на конечные элементы.

Рассмотрим класс задач, для которых плотность тока может быть описана с помощью оболочечных элементов (обычно это относительно тонкостенные элементы конструкции). В этом случае требования к сложности и качеству сетки, которая строится в пределах проводящих элементов конструкции, в принципе совпадают как для оболочечного, так и для 3D-подхода. Проблема построения оболочечной сетки на этом исчерпывается, в то время как 3D-подход требует построения сетки и вне проводников. Доля вычислительных ресурсов, приходящаяся на эту часть сетки, может быть достаточно велика. При наличии в пространстве большого числа тонкостенных проводников даже относительно простой формы сетка в вакууме для описания связи между гранями конечных элементов, лежащих на поверхностях про-

водников, может быть сильно деформирована. Это скажется на её аппроксимационных свойствах и приведёт как к потере точности решения задачи в целом, так и к локальным ошибкам. Как альтернатива, сетка будет содержать большое число конечных элементов.

Для квазитрёхмерных моделей характерен другой подход. Противоречие может быть преодолено путём упрощения модели. В этом случае малое число разбиений в проводящем элементе для конечно-элементной сетки глобальной модели может привести к существенным деформациям конечных элементов в вакуумной области и, в итоге, к заметным ошибкам в определении распределения токов и их интегральных величин. Поэтому необходимы тщательный анализ проведённых упрощений и контроль результатов.

В случае, если индукция магнитного поля во всех точках пространства вычисляется на основе найденных распределений токов в конечных элементах путём применения интегральных формул, базирующихся на законе Био—Савара, последние дают возможность получения гладких решений. Оболочечный код TORNADO, базирующийся на интегро-дифференциальном подходе, использует соответствующие процедуры библиотеки KLONDIKE [36]. Трёхмерный подход, реализованный в виде пакета TORNADO, также даёт возможность использования процедуры численного интегрирования на стадии постпроцессорной обработки данных. В случае применения другого алгоритма, использующего при вычислении индукции интерполяцию дифференциальных соотношений на конечно-элементной сетке, следует опасаться возникновения значительных локальных ошибок при расчёте с использованием детальной глобальной модели ИТЭР.

Ситуация усложняется на этапе расчёта распределений пондеромоторных сил. Пусть в бесконечно малом объёме проводника dV , находящегося в магнитном поле \mathbf{B} , протекает электрический ток с плотностью \mathbf{j} . На этот объём действует со стороны поля механическая сила, величина и направление которой определяются формулой $d\mathbf{F} = [\mathbf{j}, \mathbf{B}]dV$. Разделив величину силы на элемент объёма, можно получить плотность пондеромоторной силы $\mathbf{f} = [\mathbf{j}, \mathbf{B}]$. В случае выраженного поверхностного эффекта плотность тока и индукция по мере удаления от поверхности вглубь проводника убывают по экспоненциальным законам, что приводит к значительно более быстрому экспоненциальному закону убывания плотности механической силы [47].

Особенность ИТЭР заключается, как уже упоминалось, в сложной геометрической форме проводящих элементов, их большом числе (особенно это относится к внутрикамерным элементам, многочисленным контактам между проводниками и весьма значительным количеством конструктивных зазоров). Зазоры малы по сравнению с конструктивными элементами, но они выбираются для создания препятствий протеканию тока и должны непременно тщательно учитываться. Это приводит к весьма значительным по объёму конечных элементов сеткам. Пример таких конечно-элементных сеток моделей, разработанных для расчёта модулей blankets, приведён на рис. 10—12.

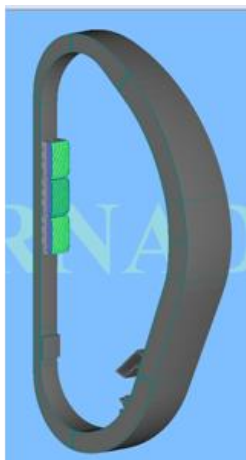


Рис. 10. Конечно-элементная сетка вычислительной модели комплекса программ TORNADO, содержащая левую симметричную половину 10-градусного сектора вакуумной камеры и модули blankets № 3, 4, 5

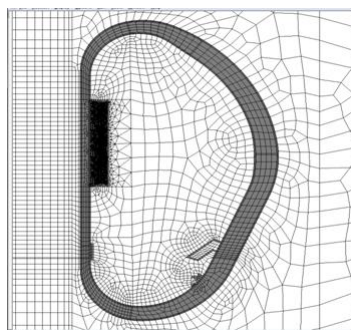


Рис. 11. Часть двумерного поперечного сечения конечно-элементной сетки вычислительной модели комплекса программ TORNADO, содержащая, в частности, модули blankets № 3, 4, 5

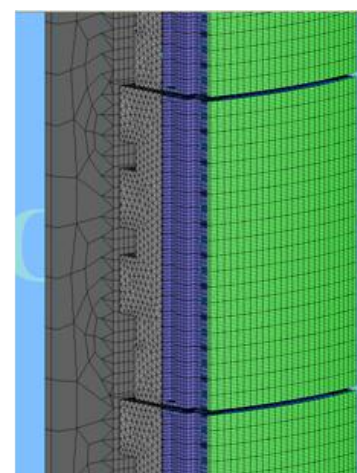


Рис. 12. Часть конечно-элементной сетки модели левой симметричной половины модулей blankets № 3, 4, 5 в 10-градусном секторе вакуумной камеры, вариант конструкции РФ-1

Пренебрегая влиянием нерегулярных портов на симметрию в установке ИТЭР, можно выделить относительно тороидального угла Θ область минимального объёма Ω_Θ , удовлетворяющую вращательной симметрии и ограниченную плоскостями $\Theta = \pm \Theta_S$. В свою очередь, эту подобласть можно разбить на две подобласти $\Omega_{\pm\Theta}$: $\Omega_\Theta = \Omega_{+\Theta}$ и $\Omega_{-\Theta}$, обладающие зеркальной симметрией относительно плоскости $\Theta = 0$. В качестве расчётной области для численного решения задачи можно выбрать одну из этих двух симметричных частей проводящей структуры. В выбранной расчётной области необходимо независимо решить две задачи, каждая из которых связана с одним из двух типов симметрии переходных электромагнитных процессов. Первый тип симметрии обусловлен симметрией изменяющихся полоидальных полей, второй тип симметрии связан с симметрией тороидальных полей. После решения задачи для каждого из этих двух переходных процессов (нахождения распределения плотности вихревых токов, магнитных полей и механических сил) в расчётной области ($\Omega_{+\Theta}$ или $\Omega_{-\Theta}$) решение во всей области периодичности Ω_Θ , а следовательно, и во всей установке может быть вычислено как комбинация двух решений в расчётной области. Этот подход базируется на принципе суперпозиции, который применим в отсутствие существенного влияния нелинейных ферромагнитных материалов. Как указывалось, в токамаке ИТЭР ферромагнитные элементы конструкции находятся в состоянии сильного насыщения, что позволяет применить данный приём во многих случаях. Предложенный подход был многократно применён авторами работы для построения глобальных моделей [24—27, 30, 31], требующих использования большого числа степеней свободы и длительного времени расчётов. Альтернативным подходом является удвоение объёма расчётной области до размеров элемента периодичности структуры Ω_Θ . Это приводит к удвоению требований к оперативной памяти компьютера и большему, чем двойное, увеличению времени расчётов.

Комплексы программ TYPHOON и TORNADO содержат специальные модули, которые позволяют автоматизировать процедуру построения распределений в полном элементе периодичности проводящей структуры. Суперпозиция токов, полей и сил, действующих на отдельный конечный элемент, осуществляется следующим образом [24—27, 30, 31]: $\mathbf{j}_{\text{tot}} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2$, $\mathbf{B}_{\text{tot}} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_{\text{ext}}$, $\mathbf{f}_{\text{tot}} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + [\mathbf{j}_1, \mathbf{B}_2] + [\mathbf{j}_2, \mathbf{B}_1]$, где все векторы определены в пределах конечного элемента: \mathbf{j}_{tot} — плотность полного вихревого тока, \mathbf{B}_{tot} — полная магнитная индукция; \mathbf{f}_{tot} — плотность полной силы, \mathbf{j}_1 ; \mathbf{j}_2 — плотности вихревых токов, вызванных двумя различными переходными процессами; \mathbf{B}_1 , \mathbf{B}_2 — магнитная индукция, обусловленная вихревыми токами, вызванными двумя различными переходными процессами; \mathbf{B}_{ext} — магнитная индукция, вызванная всеми внешними источниками поля, которые рассматривались в обоих переходных процессах; $\mathbf{f}_1 = [\mathbf{j}_1, (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_{\text{ext}})]$, $\mathbf{f}_2 = [\mathbf{j}_2, (\mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_{\text{ext}})]$ — плотности сил, вызванных двумя различными переходными процессами.

В итоге:

- реализованные вычислительные алгоритмы обеспечивают требуемую точность расчётов пространственных распределений объёмной плотности механических сил, последующая обработка данных позволяет вычислить интегральные нагрузки (главный вектор и главный момент), приложенные как к конструкции в целом, так и к её отдельным элементам, обеспечивается требуемая точность вычисления распределений тепловых потерь от вихревых токов;

- дополнительно реализована вычислительная процедура, которая позволяет свести систему объёмных сил к совокупности эквивалентных узловых нагрузок и представить её в виде файлов, структура которых соответствует входным данным вычислительных комплексов для расчётов напряжённо-деформированного состояния [48], например ANSYS;

- предложена и в результате многолетней эксплуатации верифицирована автоматизированная вычислительная процедура, которая позволяет максимально редуцировать расчётную область, принимая во внимание различные типы симметрии токамака;

- использование квази-3D-моделей может приводить к появлению дополнительных (по сравнению с ошибками при расчётах распределения вихревых токов и полей) ошибок при вычислении объёмных распределений механических сил.

**МЕТОДИЧЕСКИЙ ПРИМЕР — РАСЧЁТ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЛОБАЛЬНОЙ МОДЕЛИ
ПРОНИКНОВЕНИЯ ПОЛЯ ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ ПРОВОДЯЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ,
ВКЛЮЧАЮЩУЮ КОЖУХ ТОРОИДАЛЬНОЙ КАТУШКИ, ТЕПЛОВУЮ ЗАЩИТУ
ВАКУУМНОЙ КАМЕРЫ И ДВУХСЛОЙНУЮ ВАКУУМНУЮ КАМЕРУ,
В ПРОЦЕССЕ ВЫВОДА ТОКА ИЗ ТОРОИДАЛЬНОЙ КАТУШКИ.
ПОДХОД К ОБОСНОВАНИЮ ГЛОБАЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МОДЕЛИ**

В установке ИТЭР панели тепловой защиты располагаются между кожухом катушки тороидального магнитного поля (ТФС) и вакуумной камерой.

Для сценариев срыва тока плазмы проводящие элементы тепловой защиты, расположенные в районе внутреннего цилиндра вакуумной камеры, экранируются вакуумной камерой от основных источников поля. Эти режимы характеризуются постоянством величины тока в тороидальной системе.

Сценарий быстрого вывода тока из катушки тороидального магнитного поля (TFCFD) характеризуется быстрым изменением тока на начальном временном интервале — за первые 0,1 мс ток в катушке меняется на 159 кА, что соответствует экспоненциальному затуханию с постоянной времени 5,7 мс. В этом случае стальной кожух тороидальной катушки, имеющий толщину 55 мм, достаточно эффективно экранирует панели тепловой защиты. Поэтому вихревые токи в панелях тепловой защиты, расположенных в районе внутреннего цилиндра вакуумной камеры, определяются разностью двух больших величин:

- э.д.с., создаваемой изменяющимся током тороидальной катушки;
- э.д.с., создаваемой вихревыми токами в кожухе этой катушки.

Поскольку характерные размеры панелей тепловой защиты (1—8 м) и катушки во много раз больше расстояния между этими панелями и кожухом катушки (расстояние составляет всего 27 мм), для численного моделирования с учётом описанного разностного эффекта необходимо использовать достаточно подробную конечно-элементную сетку. Необходимо также учитывать неоднородное распределение вихревого поля по толщине кожуха катушки, которое наблюдается на начальном временном интервале (~10 мс) сценария TFCFD.

Обычно принимаемые в расчётных моделях упрощения, необходимые по условиям обеспечения эффективности и из-за ограниченности вычислительных ресурсов, приводят к консервативной оценке механических нагрузок (в данном случае на панели тепловой защиты), что вполне оправдано для инженерных расчётов. Поскольку величина нагрузок на элементы тепловой защиты вакуумной камеры, расположенные в районе внутреннего цилиндра камеры, оказалась весьма существенной, выявилась необходимость обоснования и возможного уточнения расчётной модели.

Для проверки применимости этой модели, построенной на основе магнитных оболочек, был выполнен ряд дополнительных исследований.

Глобальная оболочечная 3D-расчётная модель тепловой защиты описывала двадцатиградусный сектор установки ИТЭР, который включал одну из восемнадцати катушек тороидального магнитного поля, её проводящий кожух, двухслойную вакуумную камеру с патрубками и панели тепловой защиты вакуумной камеры (рис. 13).

В частности, сторона кожуха катушки тороидального магнитного поля, обращённая к тепловой защите, моделировалась с использованием двух проводящих оболочек, расположенных по внешней и внутренней поверхностям кожуха. Конечно-элементная модель кожуха показана на рис. 14.

С целью обоснования результатов, полученных в рамках глобальной 3D-модели, а также для исследования проникновения магнитного поля через проводящий кожух катушки то-

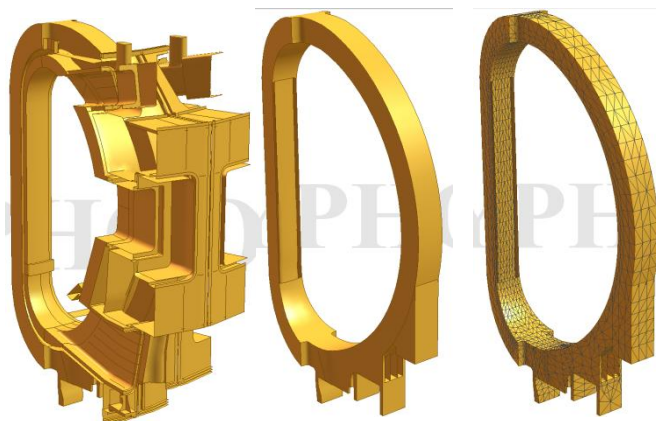


Рис. 13. Глобальная трёхмерная оболочечная модель, описывающая двадцатиградусный сектор ИТЭР

Рис. 14. Часть глобальной трёхмерной оболочечной конечно-элементной модели, описывающая кожух катушки тороидального поля ИТЭР. Проводящие оболочки кожуха, обращённые к тепловой защите вакуумной камеры, на рисунке удалены

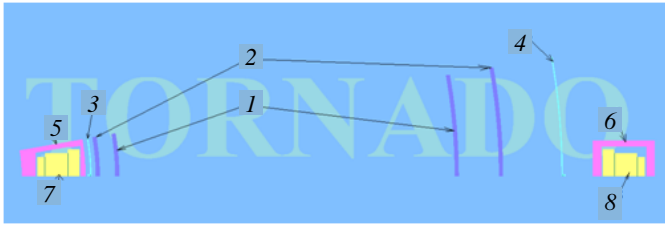


Рис. 15. Локальная конечно-элементная двумерная модель комплекса программ TORNADO, описывает поперечное сечение десятиградусного сектора ИТЭР экваториальной плоскостью: 1 — внутренняя оболочка вакуумной камеры; 2 — внешняя оболочка вакуумной камеры; 3 — внутренняя панель тепловой защиты вакуумной камеры; 4 — внешняя панель тепловой защиты вакуумной камеры; 5 — кожух внутренней ноги катушки тороидального магнитного поля; 6 — кожух внешней ноги катушки тороидального магнитного поля; 7 — обмотка внутренней ноги катушки тороидального магнитного поля; 8 — обмотка внешней ноги катушки тороидального магнитного поля

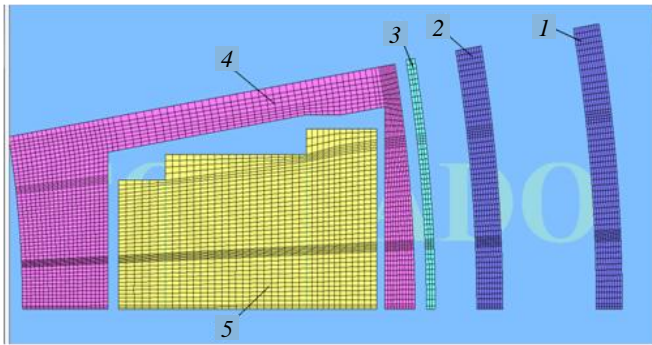


Рис. 16. Часть конечно-элементной сетки локальной двумерной модели TORNADO в области внутренней ноги катушки тороидального поля: 1 — внутренняя оболочка вакуумной камеры; 2 — внешняя оболочка вакуумной камеры; 3 — внутренняя панель тепловой защиты вакуумной камеры; 4 — кожух внутренней ноги катушки тороидального магнитного поля; 5 — обмотка внутренней ноги катушки тороидального магнитного поля

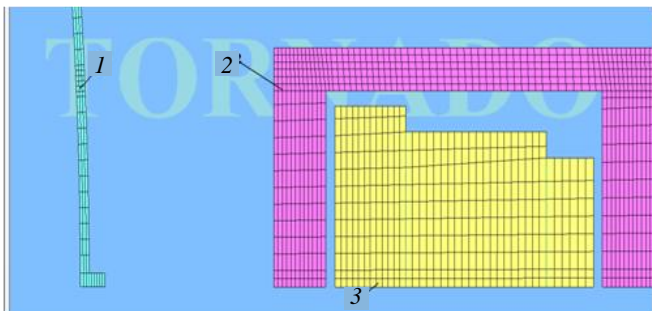


Рис. 17. Часть конечно-элементной сетки локальной двумерной модели TORNADO в области внешней ноги катушки тороидального поля: 1 — внешняя панель тепловой защиты вакуумной камеры; 2 — кожух внешней ноги катушки тороидального магнитного поля; 3 — обмотка внешней ноги катушки тороидального магнитного поля

ного магнитного поля иллюстрируется рис. 18. На нём приведены распределения вихревых токов в кожухе и внутренней панели тепловой защиты для различных моментов времени TFCFD. Так, рис. 18, а

роидального магнитного поля была разработана так называемая локальная конечно-элементная 2D-твёрдотельная модель, показанная на рис. 15. Она была построена на базе комплекса программ TORNADO и использовала шестигранные конечные элементы. Модель описывает поперечное сечение 10-градусного сектора установки ИТЭР экваториальной плоскостью и имеет всего один слой конечных элементов вдоль вертикальной оси установки. Она включает следующие части конструкции:

- левые (если смотреть из центра установки) симметричные части внутренней и внешней ног катушки тороидального магнитного поля и кожуха вокруг них;
- внутреннюю и внешнюю оболочки вакуумной камеры;
- правые симметричные половины внутренней и внешней панелей тепловой защиты.

Кожух катушки описывался 8—10 слоями конечных элементов по толщине для учёта проникновения магнитного поля. Характерный размер конечных элементов был выбран ~7 мм в соответствии с глубиной скин-слоя $h_{skin} = \sqrt{\rho_0 \tau_1 / \mu_0}$ для стали с $\rho_0 = 5,85 \cdot 10^{-7}$ Ом·м при характерном времени $\tau_1 = 0,1$ мс. Конечно-элементная сетка показана на рис. 16 и 17.

Удельные электрические сопротивления материалов и закон изменения полного тока в катушке тороидального магнитного поля для локальной 2D-модели были приняты такими же, как и для глобальных 3D-моделей.

Поскольку в 2D-модели все пассивные проводящие структуры электрически соединены друг с другом на бесконечности, то для моделирования реальных электрических соединений этих структур на величины полных токов в них накладывались следующие дополнительные условия:

- полные токи во внутренней и внешней панели тепловой защиты равны нулю каждый;
- сумма четырех полных токов в оболочках вакуумной камеры равна нулю;
- сумма двух полных токов в кожухах внутренней и внешней ног катушки тороидального магнитного поля равна нулю.

Процесс проникновения вихревого поля через кожух внутренней ноги катушки тороидального магнитного поля

демонстрирует распределение вихревых токов через 0,1 мс после начала TFCFD, рис. 18, *б* — соответствует моменту времени 1 мс, рис. 18, *в* — моменту времени 2 мс, рис. 18, *г* — моменту времени 3 мс, рис. 18, *д* — моменту времени 9 мс, рис. 18, *е* — моменту времени 20 мс. Как видно на рис. 18, *в*, через 2 мс после начала TFCFD вихревой ток в середине панели тепловой защиты уже отличен от нуля (на рисунке показана правая симметричная половина панели, центр которой находится в среднем положении между катушками тороидального магнитного поля).

Примем в качестве характерного размера максимальную толщину стороны кожуха катушки, обращённую к панели тепловой защиты в районе внутреннего цилиндра вакуумной камеры, которая составляет величину 70 мм. Оценка характеристического времени проникновения поля в проводящее полупространство, которое соответствует спаду поля на глубину характерного размера (70 мм) по отношению к полю на внешней поверхности в $e = 2,71$ раз, даёт величину $t_{\text{skin}} \approx 10$ мс.

Как следует из расчётных данных (см. рис. 18, *в*, *г*), для кожуха толщиной 70 мм это время составляет около 2 мс, т.е. существенно меньше t_{skin} . Эта ситуация является, в свою очередь, типичной для реальных конструкций, характеризующихся конечными размерами. Следует напомнить, что одним из условий применимости оболочечной модели является условие, чтобы время наблюдения t было существенно больше t_{skin} , что соответствует достаточно однородному распределению тока по толщине оболочки. В глобальной пространственной оболочечной модели кожух катушки тороидального поля описывается с использованием двух оболочек эффективной толщиной 35 мм каждая. Полученная из двумерной модели оценка $t_{\text{skin}} \approx 2$ мс должна быть уменьшена в 4 раза до величины 0,5 мс для каждой оболочки.

Результаты расчётов, проведённых с использованием локальной 2D-модели и глобальной 3D-модели, представлены на рис. 19, который иллюстрирует характер изменения во времени радиальной силы, действующей на единицу пологоидальной длины целой (двадцатиградусной) внутренней панели тепловой защиты. Для 3D-модели эта погонная сила была получена как отношение полной радиальной силы,

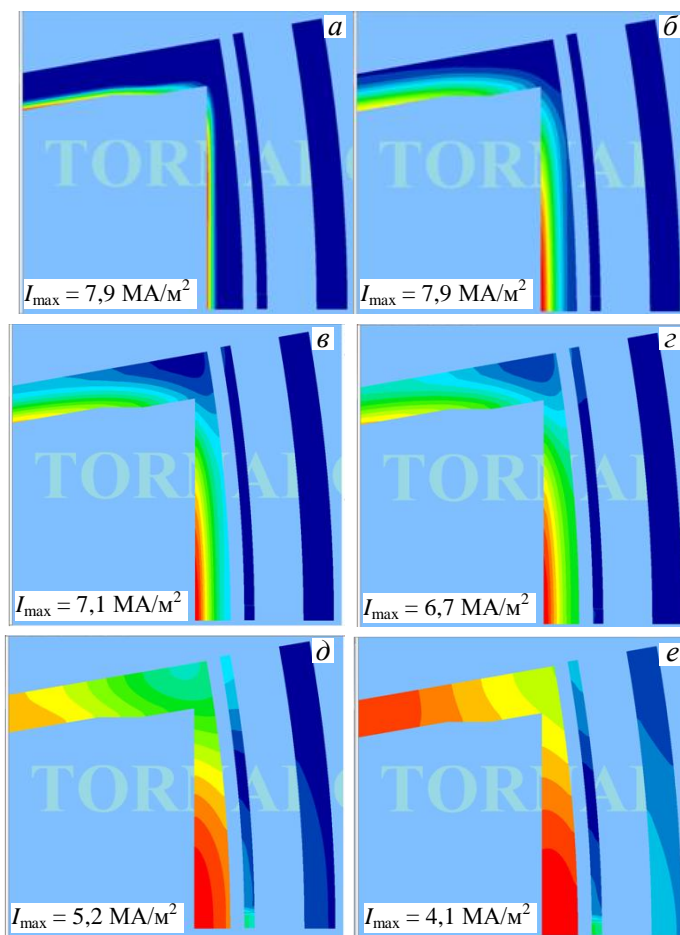


Рис. 18. Локальная модель TORNADO — распределение плотности вихревых токов в кожухе катушки тороидального поля, панели тепловой защиты вакуумной камеры и внешней оболочке вакуумной камеры через временные интервалы 0,1 (*а*), 1 (*б*), 2 (*в*), 3 (*г*), 9 (*д*), 20 мс (*е*) после начала TFCFD

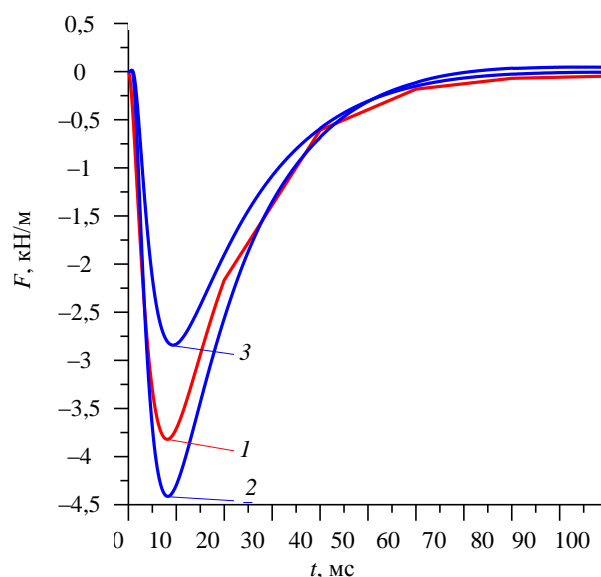


Рис. 19. Зависимость от времени радиальной силы, действующей на единицу пологоидальной длины целой (двадцатиградусной) внутренней панели тепловой защиты в области внутренней ноги катушки тороидального поля в процессе TFCFD: 1 — глобальная оболочечная модель; 2 — локальная двумерная модель TORNADO, адекватная глобальной оболочечной модели; 3 — локальная модернизированная двумерная модель TORNADO

действующей на один слой конечных элементов панели тепловой защиты, к полоидальному размеру этого слоя. Выбранный слой конечных элементов примыкал к экваториальной плоскости установки ИТЭР.

Как видно на рис. 19 (кривые 1, 2), силы достигают своего максимума практически одновременно. Так, для 3D-модели погонная сила достигает своего максимума — 3,8 кН/м в момент времени 8,1 мс, а для 2D-модели максимальное значение 4,4 кН/м достигается в момент времени 8,2 мс. Различие в максимальных значениях погонной нагрузки составляет 14% по отношению к результатам 2D-моделирования. Это различие объясняется, в частности, различием между конечными размерами пространственной оболочечной модели и бесконечной протяжённостью локальной модели в полоидальном направлении.

Максимальные значения полной радиальной силы вычислены как произведение погонной нагрузки, действующей на единицу полоидальной длины внутренней панели тепловой защиты, на соответствующую полоидальную длину. Величины сил получены для двух значений полоидальной длины панели:

— $H = 8$ м, что соответствует вертикальному размеру прямого участка внутренней панели тепловой защиты в глобальной 3D-модели, $F_x = -35,2$ кН (8,2 мс);

— $H = 11,6$ м, что соответствует максимальному вертикальному размеру внутренней панели в глобальной 3D-модели, $F_x = -51,2$ кН (8,2 мс).

Максимальные значения полной радиальной силы, вычисленные с использованием 3D-модели, составляют $F_x = -40,817$ кН. Оно достигает своего максимального значения в момент времени 9,5 мс, что не соответствует моменту времени максимальной погонной нагрузки, вычисленной с использованием 2D-модели. Последнее обстоятельство вполне очевидно объясняется природой физического процесса проникновения поля в проводник конечных размеров, который произвольным образом локализован в пространстве относительно источников переменного поля.

Следует отметить, что в глобальной 3D-модели проводящая оболочка, моделирующая внутреннюю панель тепловой защиты, расположена на радиусе 3111,5 мм, который соответствует выступающей части соединительного элемента. В локальной 2D-модели радиус 3111,5 мм — это радиус обращённой к катушке поверхности тепловой защиты. С целью упрощения как оболочечной 3D-модели, так и соответствующей ей 2D-модели (см. рис. 16) соединительный элемент внутренней панели тепловой защиты моделировался введением эффективного электрического сопротивления.

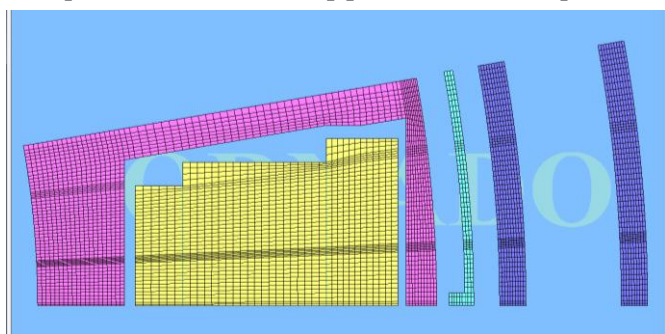


Рис. 20. Часть конечно-элементной сетки локальной модернизированной 2D-модели TORNADO в области внутренней ноги катушки тороидального поля. Модель описывает соединительный элемент с учётом его реальных размеров и формы

Для оценки влияния последующих изменений конструкции была разработана другая (модернизированная) локальная 2D-модель, которая описывает положение внутренней панели тепловой защиты (рис. 20) в соответствии с текущими данными САТИА-описания конструкции. В этой модели внутренняя панель тепловой защиты располагается на радиусе 3074 мм. В отличие от предыдущей 2D-модели новая модель описывает соединительный элемент с учётом его реальных размеров и формы.

Рассчитанная зависимость изменения во времени радиальной силы, действующей на единицу полоидальной длины целой внутренней панели тепловой защиты, показана на рис. 19 (кривая 3). Эта сила достигает своего максимального значения $-2,8$ кН/м в момент времени 9,3 мс. Таким образом, при удалении внутренней панели тепловой защиты от катушки тороидального поля на 37,5 мм максимальная погонная сила на нее уменьшается в 1,6 раза.

На графиках видно совпадение моментов времени, в которые погонные нагрузки на внутреннюю панель тепловой защиты, полученные с помощью обеих моделей, достигают своих максимумов. Это совпадение моментов времени показывает, что двух проводящих оболочек, использованных в глобальной модели, вполне достаточно для описания кожуха катушки тороидального магнитного поля, т.е. выбранная глобальная модель достоверно описывает процесс проникновения поля.

Величины максимальных значений погонных нагрузок совпадают с приемлемой для инженерных расчётов точностью (14%), однако в методическом плане интерес представляет анализ причин, обуславливающих такую величину различий. В первую очередь, это объясняется различием в моделях. В локальной твёрдотельной модели панель имеет бесконечную длину в полоидальном направлении (что, собственно, и даёт основание называть модель двумерной), сечение панели остаётся неизменным по длине. В оболочечной 3D-модели панель имеет конечные размеры и изогнута в полоидальном направлении по обводу вакуумной камеры. Нагрузки на панель определяются токами, протекающими по ней. Величины токов обусловлены величиной э.д.с., которая, в свою очередь, пропорциональна скорости изменения магнитного потока через панель. Величина магнитного потока, вызывающая эту э.д.с., определяется величиной радиального компонента поля тороидальных катушек. Тороидальное магнитное поле спадает при удалении от центра установки (на краях у верхнего и нижнего изоляционных соединений поле меньше). Поле становится и более однородным в тороидальном направлении — э.д.с. на прямой части панели больше, чем на изогнутых её частях. Соответственно, для реальной панели, точнее, описываемой в данном случае оболочечной 3D-моделью, средняя величина э.д.с. будет меньше, чем величина э.д.с. для твёрдотельной 2D-модели. Таким образом, учёт реальной геометрической формы панели обуславливает меньшие значения электромагнитных нагрузок, действующих на неё.

С целью дополнительной количественной оценки различия между оболочечной и твёрдотельной моделями была проведена очередная модификация твёрдотельной модели. Практически вся конечно-элементная сетка модели описывается прямоугольными шестигранными элементами и обладает относительно простой структурой. Эти соображения позволяют надеяться на приемлемую точность пространственной аппроксимации решения в случае, когда кожух катушки тороидального поля представлялся с помощью только двух слоёв конечных элементов, примыкающих к его внешним поверхностям. Новая модель позволяет оценить ошибку, возникающую при замене твёрдотельной модели двумя слоями оболочек. Следует подчеркнуть, что проводники обеих моделей находятся приблизительно в одинаковых магнитных полях. Удельное электрическое сопротивление материала каждого из слоёв рассчитывалось по формуле $\rho_{эф} = 2 \rho_{SS} h_{layer}/h_{side}$, где h_{layer} — толщина слоя конечных элементов, h_{side} — толщина обращённой к вакуумной камере стороны кожуха катушки тороидального магнитного поля, $\rho_{SS} = 5,85 \cdot 10^{-7}$ Ом·м — удельное электрическое сопротивление кожуха катушки тороидального поля.

Расчёты показали, что различие между максимальными значениями погонных нагрузок на внутреннюю панель тепловой защиты, полученных с помощью этих двух твёрдотельных моделей, не превышает 3%, характер вновь полученной кривой близок к характеру кривых, приведённых на рис. 19. Дальнейшие расчёты с использованием трёх слоёв элементов (третий слой локализован вблизи средней поверхности кожуха) не привели к существенному изменению результатов, что дополнительно к проведённому ранее анализу обосновывает в данном случае возможность применения двух оболочек, локализованных вблизи поверхностей тонкостенных элементов конструкции.

Таким образом, с одной стороны, использование двух оболочек в глобальной модели позволяет не только достаточно точно получить значения электромагнитных нагрузок, действующих на панели тепловой защиты, но и воспроизводить процесс проникновения поля через кожух катушки тороидального поля. С другой стороны, разработанная и обоснованная 2D-модель позволяет эффективно и быстро проводить моделирование переходных процессов в самой катушке тороидального поля, учитывая практически все значимые конструктивные детали, например, топологию вихревых токов в проводящих радиальных плитах.

Следует подчеркнуть, что приведённый в качестве методического примера анализ переходных процессов для TFCFD применялся в приложении к части конструкции тепловой защиты вакуумной камеры, расположенной в районе внутреннего цилиндра вакуумной камеры, при этом максимальные значения механических нагрузок, действующих на другую часть конструкции тепловой защиты вакуумной камеры, расположенную в районе за вакуумной камерой на внешнем радиусе, значительно больше. Сопоставительный анализ моделей (подобный приведённому анализу) для этой части конструкции показал ещё большее совпадение результатов для двух моделей.

Продемонстрированный подход показал возможность обоснования точности численного моделирования с использованием глобальных моделей для детального анализа переходных электромагнитных процессов сложных магнитных систем. Изменения, которые вносятся в процессе разработки конструкции, могут быть проанализированы с помощью системы взаимодополняющих (в данном случае локальных) моделей и учтены в процессе перестройки и адаптации глобальной модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Многообразие источников переменного электромагнитного поля в ИТЭР, большое число режимов их работы, необходимость одновременного численного анализа различных подсистем требуют тщательного подхода к разработке и созданию глобальных вычислительных моделей. Для разработки 3D-моделей для анализа переходных процессов применены два независимых подхода на базе двух пакетов программ TYPHOON и TORNADO. Новый код TORNADO прошёл верификацию, в частности, в ходе процедуры специальных сравнительных испытательных расчётов (бенчмарка), организованной Международной организацией ИТЭР (IO ITER).

Тщательный подход к разработке и проверке вычислительных моделей особенно важен для стадии массовых сопоставительных оптимизационных расчётов сложных конструкций, когда время на анализ точности ограничено. Наибольшая эффективность достигается при синтезе 3D-моделей и моделей на базе магнитных оболочек. Применение двух независимых подходов (и вычислительных кодов) для обоснования применимости глобальной модели позволяет обеспечить достоверность полученных результатов. Выявленный поверхностный эффект также надёжно учитывается в рамках описанного подхода.

Пример взаимного обоснования расчётных моделей, приведённый в качестве методического, показывает возможность разработки и верификации 2D-моделей на базе комплекса программ TORNADO, позволяющих эффективно и быстро рассчитывать процессы проникновения поля с детальным учётом внутренней структуры катушек магнитной системы ИТЭР.

В связи с возможностью появления существенных локальных нагрузок необходим учёт гало-токов, причём часто модель должна правильно учитывать их пространственное и временное распределение. В токамаке ИТЭР существуют ограничения снизу на точность вычислительных моделей для расчётов переходных электромагнитных процессов, обусловленные степенью достоверности исходных данных о пространственном распределении и временном характере изменения тока плазмы и гало-токов.

Характерная особенность ИТЭР — наличие большого числа проводящих элементов, особенно маломасштабных (по сравнению с размерами вакуумной камеры) разнородных внутрикамерных элементов и необходимость учёта конструктивных зазоров малых размеров. В связи с этим нельзя заменять глобальную 3D-модель квазитрёхмерной моделью.

Взаимная верификация вычислительных моделей показала практически очевидный факт — применение в физически обоснованных случаях широко известной модели магнитных оболочек позволяет добиться большей эффективности решения задачи в противовес применению квазитрёхмерных моделей.

REFERENCES

1. **Thome R.J., Tarrh J.M.** MHD and fusion magnets. Field and Force Design Concepts. — J. Wiley and Sons Inc, 1982.
2. **Salpietro E.** Transient electromagnetic in fusion reactors. — In: Proc. Electromagnetic Workshop and Meeting on the Industrial Applications of Eddy Currents Codes. Capri, 5—10 Oct., 1988, EUR 12 1211EN, 1989, pp. 105—106.
3. **Glukhikh V.A., Belyakov V.A., Mineev A.B.** Physical and technical principles of thermonuclear fusion. — SPb: Pub.house of PolyTechn. un-ty, 2006. 348 p. (in Russian).
4. **Beliakova T., Belov A., Gaponok E., Kaparkova M., Krylova N., Kukhtin V., Lamzin E., Maksimenkova N., Shatil D., Sytchevsky S.** Blanket EM Benchmarking, Subtask 1, 2, RF Final Report (Review 3), Efremov Institute, July 2009.
5. **Rozov V.** Blanket EM benchmarking Analyses Protocol — ITER_D_2E6P88 v. 1.0, 8 July 2008.
6. **Rozov V.** Status of blanket EM benchmarking analyses and proposed changes. — In: Blanket IPT Meeting. Cadarache, 24 March 2009.
7. **Ulrickson M.** EM and FW Mount Analysis. — In: Blanket CDR Meeting. Cadarache. 2—4 February 2010.
8. **Sannazzaro G.** ITER Load Specifications and Combinations for In-Vessel Components. ITER project Office, Cadarache, September, 2007.
9. **Shneerson G.A.** Fields and transitional processes in the high currents hardware. — M.: Energoatomizdat, 1992. 416 p. (in Russian).
10. **Tamm I.E.** Foundations of the electricity theory. — M.: GITTL (State publishing house of technical-theoretical literature), 1954, p. 620 (in Russian).

11. **Karslou Kh., Eger D.** Operational methods in applied mathematics. Transl. from Eng. — M.: GIL (State Pub.house of Foreign lit.), 1948, 291 p. (in Russian).
12. **Fok V.A.** Skin effect in a ring round section. — Zhurnal russkogo fiz.-khim. obshch. Ser. Fizicheskaya (Journal of Russian phys.-chem. soc. Ser. Physical), 1930, vol. 62, № 3, pp. 281—297 (in Russian).
13. **Knoepfel H.** Pulsed high magnetic field. — Amsterdam — London: North-Holland Publishing Company, 1970.
14. **Smythe W.R.** Static and Dynamic Electricity. — New York, 1950.
15. **Tseytlin L.A.** Vortex currents in thin plates and shells. — ZhTF (JTPH), 1969, vol. XXXIX, issue 10, pp. 1733—1741 (in Russian).
16. **Doynikov N.I., Kashikhin V.S.** Numerical simulation of the field of pulsed magnet with saturated iron. — ZhTF (JTPH), 1980, vol. 50, issue 11, pp. 2277—2282 (in Russian).
17. **Lamzin E.A.** Numerical simulation of axisymmetric quasi-stationary electromagnetic fields on the basis of a grid method: Preprint B-0770. — M.: Tsniiatominform (Central Research Institute of Atom.Inform.), 1987. 12 p. (in Russian).
18. **Lamzin E.A.** Numerical simulation of the tokamak longitudinal field subject to the vortex currents. — VANT. Ser. Termoyadernyi sintez (Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Thermonuclear Fusion), 1988, issue 2, pp. 21—24 (in Russian).
19. **Trowbridge C.W.** Introduction to 3D Eddy Current Formulations. — In: Proc. Electromagnetic Workshop and Meeting on the Industrial Applications of Eddy Currents Codes. Capri, 5—10 Oct., 1988, FUR 12 1211EN, 1989, pp. 8—19.
20. **Aymar R., Barabaschi P., Shimomura Y.** The ITER design. — Plasma Phys. Control. Fusion, 2002, vol. 44, pp. 519—565.
21. **ITER Physics Basis.** — Nucl. Fusion, 1999, vol. 39, p. 2137.
22. **Lukash V.E.** Plasma evolution in tokamak — modeling and comparison with experiment. Dissertation for scientific degree of the doctor of phys.-math. sciences. Moscow, 2008 (in Russian).
23. **Mirnov S.V.** Physical processes in tokamak plasma. — M.: Energoatomizdat, 1983. 184 p. (in Russian).
24. **Amoskov V., Belov A., Belyakova T., Filatov O., Gaponok E., Garkusha D., Ibbott C., Kukhtin V., Lamzin E., Makhankov A., Mazul I., Sadakov S., Sytchevsky S., Tivey R.** Analysis of electromagnetic loads on an ITER divertor cassette. — Plasma Devices and Operations, 2004, vol. 12, № 4, pp. 271—284.
25. **Alekseev A., Amoskov V., Arneman A., Belov A., Gaponok E., Labusov A., Kukhtin V., Lamzin E., Makhankov A., Sorin V., Sukhanova M., Sytchevsky S.** Analysis of the Revised ITER DIVERTOR Design. Final Report to Contract IT/08626377/02/058, Efremov Institute, August 2007.
26. **Amoskov V., Belov A., Firsov A., Gaponok E., Iliasov O., Kaparkova M., Kukhtin V., Lamzin E., Larionov M., Shatil N., Sytchevsky S.** Electromagnetic Analysis of HCPB Test Blanket Module. Final Report (Part 3) to EU/RF Collaborative Task on the Development of Diagnostic Systems for the Electromagnetic TBMs, November 2007.
27. **Amoskov V., Belov A., Firsov A., Gaponok E., Iliasov O., Kaparkova M., Kukhtin V., Lamzin E., Larionov M., Shatil N.N., Sytchevsky S.** Electromagnetic Analysis of HCLL Test Blanket Module. Final Report (Part 5) to EU/RF Collaborative Task on the Development of Diagnostic Systems for the Electromagnetic TBMs, November 2007.
28. **Amoskov V., Belov A., Belyakov V., Belyakova T., Filatov O., Gaponok E., Garkusha D., Gusev V., Lamzin E., Levin R., Kukhtin V., Sakharov N., Sytchevsky S.** Simulation and analysis of eddy currents induced in GLOBUS-M tokamak. — Plasma Devices and Operations, 2005, vol. 13, № 1, pp. 25—38.
29. **Antipenkov A., Day C., Amoskov V., Belov A., Belyakov V., Gaponok E., Kukhtin V., Lamzin E., Shatil D., Sytchevsky S.** Numerical simulations of electro-magnetic transients in ITER cryopumps with use of TYPHOON code. — Bulletin of Peoples Friendship University of Russia. Series Math., Inform. Sci., Physics. 2010, № 3, Issue 2, pp. 81—87.
30. **Amoskov V., Belov A., Belyakova T., Gaponok E., Garkusha D., Kokotkov V., Kukhtin V., Lamzin E., Sadakov S., Sytchevsky S.** Transient Electromagnetic Study for the Divertor Plasma Facing Components under Fast Downward VDE. Final Report to TA № N 91 TD 06 FR, July 2001.
31. **Amoskov V., Belov A., Belyakova T., Gaponok E., Garkusha D., Kokotkov V., Kukhtin V., Lamzin E., Sadakov S., Sytchevsky S.** Additional Electromagnetic Analyses of the VV and Blanket. Final Report (Parts 1—3) to Task ID № Ref. 16-01, Subtask 1, Jan. 2002.
32. **Lukash V.E., Khayrutdinov R.R.** Numerical modeling of halo currents in tokamaks. — Plasma Physics Reports, 1996, vol. 22, pp. 91—96.
33. **Belov A., Gaponok E., Kukhtin V., Lamzin E., Lyublun B., Sytchevsky S.** Generic Upper port plug Support: Electromagnetic Calculations. Final Report, ITER_D_35HVLF, June, 2010.

34. **Neubauer O., Belov A., Gapionok E., Gornikel I., Kukhtin V., Lamzin E.A., Sytchevsky S.** Electromagnetic Transients Simulation Using a Shell Approach for ITER cCXRS upper port plug due to plasma vertical displacement events. — In: Proc. FUSENG-DES-D-10-00346.
35. **Amoskov V., Belov A., Belyakov V., Belyakova T., Filatov O.G., Garkusha D., Gribov Yu., Kukhtin V., Lamzin E., Sytchevsky S.** Analysis and optimization of the impact of ferromagnetic inserts on the toroidal field ripple in the International Thermonuclear Reactor. — Plasma Devices and Operations, 2005, vol. 13, № 1, pp. 45—55.
36. **Amoskov V.M., Belov A.V., Belyakov V.A., Belyakova T.F., Gapionok E.I., Garkusha D.B., Glukhikh M.I., Kukhtin V.P., Lamzin E.A., Maksimenkova N.A., Mingalev B.S., Sychevskiy S.E., Filatov O.G.** The program complex for calculation of magnetic systems containing magnethard, magnetsoft and current-carrying construction elements of the complex geometrical form (KLONDIKE 1.0). Computer programs for chips topology database. — Offic. bul. of Russ. pat. and trademarks agency, 2004, 1(46), FIPS, Moscow, p. 57 (in Russian).
37. **Kameari A.** Transient eddy current analysis on thin conductors with arbitrary connection and shapes. — J. of Comp. Physics, 1981, vol. 42, № 1, pp. 124—140.
38. **Rytov S.M.** — ZhETF (JETPh), 1940, vol. 10, № 2, pp. 180—189 (in Russian).
39. **Belov A., Doinikov N., Duke A., Kokotkov V., Korolkov M., Kotov V., Kukhtin V., Lamzin E., Sytchevsky S.** Transient electromagnetic analysis in tokamaks using TYPHOON code. — Fusion Engineering and Design, 1996, vol. 31, pp. 167—180.
40. **Belov A., Belyakov V., Belyakova T., Gapionok E., Kukhtin V., Lamzin E., Maksimenkova N., Mazul I., Shatil D., Sytchevsky S.** Status of RF PT numerical instrumentation for EM analysis of 3D conducting structures of ITER facility. — In: ITER Blanket Meeting. Prague, 3—6 June, 2008.
41. **Frenkel Ya.I.** Collection of selected works. — M.—L.: Pub.house of USSR AS, 1956, vol. 1 (Elektrodinamika (Electrodynamics)). 370 p. (in Russian).
42. **Greshnikov V.M.** Bringing of the vortex magnetic field to a potential field sources. — Elektrichestvo (Electricity), 1960, № 8, pp. 33—35 (in Russian).
43. **Carpenter C.J.** Theory and application of magnetic shells. — In: Proc. IEEE, 1967, vol. 114, № 7, pp. 995—1000.
44. **Albanese R., Martone R., Miano G., Rubinacci G.** A-T formulation for 3D finite element eddy current computation. — In: IEEE Trans. on Magnetics, 1985, vol. 21, № 6, p. 2299.
45. **Albanese R., Rubinacci G.** Integral formulation for 3D eddy-current computation using edge elements. — In: IEE Proc., 1988, vol. 135, № 7, pp. 457—462.
46. **Albanese R., Rubinacci G.** Solution of TEAM Workshop problem 11 (hollow sphere in a step field) using CARIDDI, CARDIFF and PROTEUS. — In: Proc. Electromagnetic Workshop and Meeting on the Industrial Applications of Eddy Currents Codes. Capri, 5—10 Oct., 1988, EUR 12 1211EN, 1989, pp. 31—43.
47. **Glukhanov N.P.** Physical basis of high-frequency heating. — L.: Mashinostroenie (Machine-building), 1979. 64 p. (in Russian).
48. **Alekseev A., Arneman A., Belov A., Belyakova T., Chvartatskaya L., Filatov O., Kokotkov V., Kukhtin V., Lamzin E., Malkov A., Shatil N., Sytchevsky S.** On the calculation of concentrated loads at finite-element mesh nodes as equivalents of a given spatial distribution of volume force density. — Plasma Devices and Operations, 2002, vol. 10, № 4, pp. 269—284.

AUTHORS

Arslanova D.N. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St.Petersburg, Russia.

Belov A.V. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St.Petersburg, Russia.

Belyakov V.A. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St.Petersburg, Russia; belyakov@sintez.

Belyakova T.F. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St.Petersburg, Russia.

Gapionok E.I. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St.Petersburg, Russia.

Krylova N.A. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St.Petersburg, Russia.

Kukhtin V.P. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St.Petersburg, Russia.

Lamzin E.A. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St.Petersburg, Russia.

Maximenkova N.A. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St.Petersburg, Russia.

Mazul I.V. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St.Petersburg, Russia; mazuliv@niiefa.spb.su.

Sytchevsky S.E. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St.Petersburg, Russia; sytch@sintez.niiefa.spb.su.

Rozov V.O. ITER Organization, Route de Vinon sur Verdon, St Paul Lez Durance, 13115 France.

Received 3 June 2011

Problems of Atomic Science and Technology
Ser. Thermonuclear Fusion, 2011, issue 3, pp. 3—26.